https://doi.org/10.17163/abyaups.85.654

Desarrollo de una aplicación móvil de Realidad Aumentada como material de apoyo en la enseñanza del cálculo

Grupo de Investigación en Cloud Computing Smart Cities
& High Perfomance Computing - GIHP4C

John Michael Macao Guamán
Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador
jmacao@est.ups.edu.ec

Walter Enrique Verdugo Romero
Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador
wverdugor@ups.edu.ec
https://orcid.org/0000-0002-0656-0135

Alexandra Cabrera Palomeque
Universidad Católica de Colombia
kukacabrera@hotmail.com
https://orcid.org/0000-0002-2403-6230

Alexandra Verdugo Cabrera
Universidad de las Fuerzas Armadas
adverdugo11@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-9328-0248

Introducción

Actualmente, para los estudiantes de bachillerato, comprender lo que se les está enseñando es fundamental pues el objetivo es brindarles una educación para la vida, pero se encuentran con un freno en el área de las matemáticas. Los motivos son de variada índole, por ejemplo, no todos los alumnos captan de la misma manera; la enseñanza brindada en algunos casos no es óptima; existe poco interés por la materia, etcétera. Sin embargo, esto puede cambiar si las clases se dictan de una manera más dinámica, de una

forma en la que los estudiantes puedan ver y aprender el cálculo haciendo uso de las TIC (Tecnología de la Información y la Comunicación).

Por consiguiente, nos permitimos plantear y desarrollar una solución tecnológica que ayude a mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Como bien se sabe, gran parte de la población cuenta con un dispositivo móvil y en el caso de los estudiantes con mayor razón, por ello el propósito final de este proyecto será crear una aplicación móvil de Realidad Aumentada, en donde los estudiantes puedan ver gráficas y reglas del cálculo matemático con enfoque en la geometría analítica en el mundo real: así se podrá cambiar la enseñanza tradicional y conductista por una más constructivista, dinámica e inmersa con objetos virtuales.

Antecedentes

En este apartado se expondrá la problemática que llevó a realizar la investigación y el desarrollo del tema planteado, y se revisarán algunos trabajos previos que incluyen la Realidad Aumentada.

El proceso que se lleva a cabo para la enseñanza y el correcto aprendizaje de las matemáticas en el bachillerato se ha convertido en estos últimos años en una tarea compleja y crucial para las instituciones educativas, pues si bien los docentes que imparten esta asignatura frecuentemente aplican métodos didácticos e innovadores, no todos logran comprender la enseñanza impartida al instante (Mora, 2003).

Al inicio de la pandemia causada por el COVID-19, las distintas instituciones educativas de todo el país se vieron forzadas a suspender las clases presenciales; por casi dos años se mantuvo la enseñanza en línea. Según el Ministerio de Educación (2021), el retorno completo a clases presenciales para la región Sierra-Amazonía inicia desde el 7 de febrero del 2022, y para la región Costa-Galápagos desde el 3 de mayo del mismo año. Bajo este escenario, reforzar la enseñanza y los conocimientos de los estudiantes que están en el último curso de bachillerato, en especial en el área matemática, es sustancial para un buen desarrollo en su vida universitaria.

Por otro lado, la tecnología ha avanzado exponencialmente y con ello la forma tradicional de enseñar ha sufrido cambios. Una de las tecnologías que ha ido ganando protagonismo en distintas áreas del conocimiento es la Realidad Aumentada (RA) dado que permite introducir objetos, modelos 3D (tridimensional) o cualquier otro tipo de información que sea procesado por un ordenador al mundo real (Torres, 2011).

Un claro ejemplo del uso de esta tecnología es sin duda: "El proyecto Magic Book del grupo activo HIT de Nueva Zelanda, en donde el niño puede ver en las páginas del libro elementos virtuales" (Basogain *et al.*, 2007,

s/p) consiguiendo así tener una inmersión más dinámica con lo virtual y el mundo real.

Justificación

La tecnología ha dado pasos agigantados en su evolución, tanto es así que apenas nos ha permitido reflexionar sobre las posibilidades y el impacto que estos tienen en el ámbito educativo (Fombona Cadavieco *et al.*, 2012). La práctica de la Realidad Aumentada en el ámbito educativo es muy prometedora, dado que esta tecnología va de la mano con los dispositivos móviles, pues aportan una ventaja portátil de software y hardware lo suficientemente potente para poder representar un elemento virtual sobre el mundo real, dando la oportunidad al sistema educativo de traspasar la frontera de la enseñanza tradicional hacia una más inmersiva e interactiva.

Por esta razón, se propone desarrollar una aplicación móvil de Realidad Aumentada que sirva de apoyo a los docentes que imparten la materia de Matemáticas en los terceros de bachillerato, con enfoque hacia la geometría analítica y el cálculo en los diferentes temas de estudio como son: las distintas ecuaciones de la recta, circunferencia, parábola, elipse e hipérbola, así como las funciones, derivadas e integrales, pudiendo representar gráficas que ayudan al entendimiento de la solución que presentan.

De este modo, se busca aplicar dinámicas distintas a las habituales, lo que implica motivar al estudiante a experimentar distintas formas de resolver problemas matemáticos combinándolos con elementos virtuales, para lograr así calidad en la enseñanza y facilidad al momento que se desarrolla el aprendizaje.

Definición de Objetivos

En este apartado se definirán los objetivos específicos que complementan el objetivo general de desarrollar una aplicación móvil de Realidad Aumentada como material de apoyo en la enseñanza de las matemáticas del tercero de bachillerato.

Estos objetivos específicos son:

1. Estudiar y conocer los distintos temas que se tratan en tercero de bachillerato, con enfoque en la geometría analítica y los diversos elementos tales como: las ecuaciones, las funciones, las derivadas e integrales, y las posibles plataformas de desarrollo y despliegue de Realidad Aumentada.
2. Diseñar y generar modelos 3D basados en el contexto matemático,

de acuerdo con la enseñanza impartida en el tercero de bachillerato.

3. Diseñar y desarrollar una aplicación móvil que tenga la funcionalidad de visualizar elementos o modelos tridimensionales inmersos en el mundo real.
4. Diseñar y ejecutar pruebas de funcionamiento para verificar el óptimo rendimiento de la aplicación en el entorno del mundo real; esto, a ser realizado con estudiantes de los primeros niveles de ingeniería.

Referencias Teóricas

Realidad Aumentada (RA)

Como bien lo explica la Fundación Telefónica (2011), la Realidad Aumentada es la combinación de nuestra realidad percibida por los cinco sentidos con objetos tridimensionales generados por computadoras, permitiendo a la persona vivir la experiencia a tal grado que puede llegar a pensar que los elementos virtuales son parte de su realidad y, en ciertos casos, excluir al dispositivo que permite la ejecución de esta tecnología; de esta manera, podemos afirmar que la Realidad Aumentada es la alteración de nuestra realidad. Hay tres características que definen el comportamiento básico de la Realidad Aumentada:

- Combinación del mundo real con uno o varios elementos virtuales.
- Interacción en tiempo real.
- Interacción precisa con los elementos virtuales.

Unity 3D

Unity 3D es: "Una herramienta que permite la creación de diseños y modelos en entornos virtuales, dando paso incluso a la interacción entre la persona y el ordenador con algunos complementos de desarrollo de RA, posee la característica de ser multiplataforma" (Liu *et al.*, 2018, traducción propia). Provee amplias herramientas de desarrollo, tanto para video juegos como para contendido 3D; tiene la posibilidad de lanzar aplicaciones para las plataformas de Windows, IOS y Android.

Blender

Existen varias herramientas para modelar objetos en tres dimensiones, tanto gratuitos como de pago; sin embargo, se optó por Blender

por ser una plataforma completa, gratuita y con una cantidad abismal de documentación.

Como lo explica Kent (2013):

> Blender es un paquete de software destinado a admitir gráficos, modelado y animación en 3D con calidad de producción de alta resolución. El software de código abierto es mantenido por Blender Foundation con una gran base de usuarios y está disponible para Linux (fuente y binarios), Mac OS-X y Windows en plataforma de 32 y 64 bits. (traducción propia)

Vuforia SDK

Posee una relación con el motor de desarrollo de video juegos Unity y, gracias al kit de desarrollo de software (SDK) que tiene Vuforia, permite la creación y el desarrollo de aplicaciones de Realidad Aumentada. Este SDK dispone de rastreo y reconocimiento de imágenes planas y objetos 3D en tiempo real, utilizando la tecnología de visión artificial de rastreo y detección. Según lo explican Liu *et al.* (2018): "El flujo de datos que envía Vuforia SDK se divide en cuatro módulos correspondientes a la entrada de datos, base de datos, seguimiento y salida de *renderizado*" (traducción propia. La palabra *renderizar* se utiliza en informática para la generación de una representación gráfica a partir de un modelo 2D o 3D por medio de programas). De esta manera se pueden orientar y posicionar los elementos u objetos virtuales dentro del mudo real.

Aplicación Móvil

Se define como el diseño de una aplicación a ejecutarse en un dispositivo móvil y ofrece en la mayoría de los casos funcionalidades y servicios de calidad, a diferencia de las aplicaciones diseñadas para ordenadores, que ejecutan sus funciones de manera aislada y limitada. Sin embargo, en la actualidad muchas aplicaciones indican al usuario las funciones que utilizará el dispositivo móvil y qué permisos requiere para el correcto funcionamiento de la aplicación. Cabe recalcar que pueden ser ejecutadas en distintos dispositivos, pero están sujetas al sistema operativo (SO) para el que fueron desarrolladas, ya sea Android o IOS. Otro punto importante es el diseño de la interfaz, como bien lo explica González Cerón (2016, s/p): "La interfaz de una aplicación es como la ropa que usted viste para salir a la calle; es también la capa que hay entre el usuario y el corazón funcional de la aplicación".

Metodología

La metodología que se usará es la de cascada, dado que permite llevar los procesos del proyecto en forma lineal, es decir que las actividades que se ejecutarán son realizadas de manera secuencial desde el inicio hasta el final del desarrollo. Este modelo se remonta al año 1970 y fue creado por el ingeniero Winston Royce, quien propuso la metodología en cascada para llevar un seguimiento de cada etapa del desarrollo (González González *et al.*, 2019).

Las actividades se gestionan generalmente en fases o etapas de desarrollo y son completadas de manera escalonada, eso quiere decir que no se puede iniciar la fase 2 sin antes haber concluido la fase 1. Esta metodología consta de 5 etapas según lo requiera el proyecto; estas son:

- Análisis: fase previa para preparar el proyecto, define los objetivos y necesidades, así como los requisitos a cumplir.
- Diseño: define los primeros diseños sobre cómo quedará el resultado final.
- Implementación: comienza el desarrollo y la definición de cada fase que será desarrollada.
- Verificación: define las pruebas de ejecución y de verificación del funcionamiento.
- Mantenimiento: analiza cambios requeridos previstos en la etapa de verificación.

Marco Metodológico

En este capítulo, se abordará la propuesta de solución que se llevará a cabo para la investigación y desarrollo del proyecto.

El desarrollo del proyecto consta de 4 fases, teniendo como parte *inicial* el estudio, familiarización y conocimiento de las plataformas de desarrollo Unity, Blender y el SDK Vuforia. Se pretende con ello tener un manejo efectivo y óptimo de todas las herramientas que ofrecen las aplicaciones, estudiar y conocer las distintas formas de diseñar y generar modelos 3D y, por consiguiente, estar claros tanto en conceptos como en la propuesta para resolver el problema de apoyar el aprendizaje en el área matemática enfocado en la geometría analítica, el cálculo y los distintos temas de estudio declarados en la justificación.

La *segunda* fase pone en marcha el diseño de modelos tridimensionales prototipo, enfocados en la geometría analítica y el cálculo. Los diseños serán desarrollados mediante la herramienta de Blender, pues esta aplicación provee una caja de herramientas para realizar distintos diseños y modelos, los cuales servirán para hacer los primeros modelos. Luego, en la herramienta

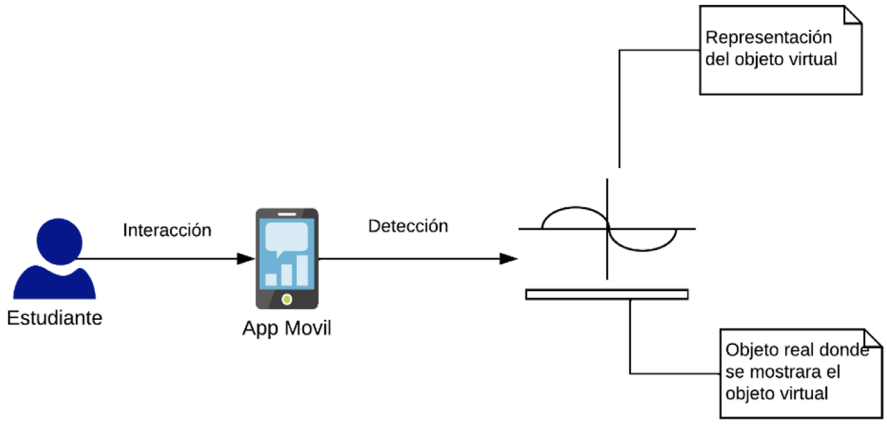
de Unity 3D, se desarrollará el diseño de la interfaz de la aplicación, y la funcionalidad de los botones que permitirán la navegación en la aplicación. De igual manera se implementará el SDK de Vuforia para configurar el rastreo y la detección de los objetos reales donde se representará el objeto virtual.

Vuforia, mediante el uso de inteligencia artificial, permite detectar y rastrear objetos en el mundo real; esto facilita a la aplicación saber dónde colocar los objetos virtuales.

La *tercera* fase conlleva la generación y el despliegue de una APK (Android Application Package) proporcionada por la herramienta de Unity 3D y que podrá ser instalada en dispositivos Android. De la misma manera, se configura el SO donde será instalado, y la versión mínima del sistema Android que deberá tener el dispositivo móvil; también se podrá agregar el nombre y logo que tendrá la aplicación.

La interacción entre los componentes se puede apreciar en la figura 1, donde el estudiante interactúa con la aplicación móvil. A su vez la aplicación, mediante el uso de la cámara integrada del teléfono inteligente, podrá detectar el objeto en el mundo real, donde se representará el objeto virtual.

Figura 1
Interacción entre componentes



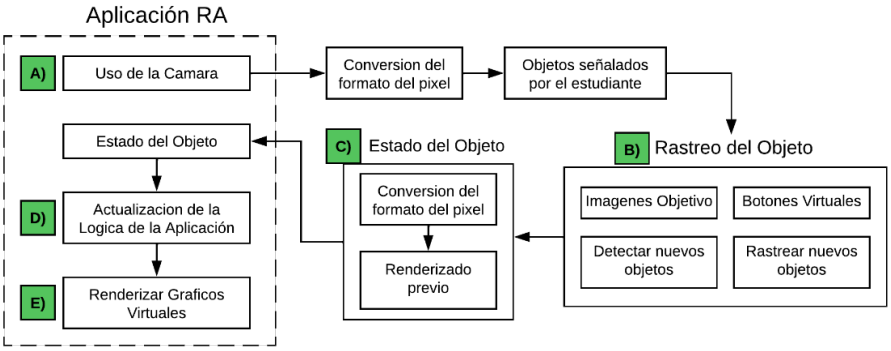
Nota. El estudiante puede interactuar con la *App*.

Se puede observar en la figura 2 un diagrama general del proceso que lleva a cabo la aplicación para la detección de los objetos reales y la generación de los objetos virtuales. El funcionamiento sería el siguiente:

1. La aplicación usa la cámara para la entrada de datos visuales, y posterior conversión de formato de pixeles.

2. Dependiendo de lo que esté enfocando la cámara, se realiza un rastreo del objeto en el mundo real, obteniendo la referencia desde la base de datos.
3. El estado del objeto cambia cuando se lo detecta, entonces vuelve a cambiar el formato del píxel generando así un renderizado previo del objeto 3D.
4. La aplicación cambia su lógica, dependiendo del botón que fue presionado.
5. Se renderiza el objeto 3D y su posterior presentación en la pantalla del dispositivo.

Figura 2
Propuesta de la aplicación



Nota. La *App* detecta los objetos reales y genera objetos virtuales.

Finalmente, la *cuarta* fase pretende evaluar y analizar el funcionamiento y el rendimiento óptimo de la aplicación en distintas versiones del SO Android. Por ende, y siguiendo lo descrito en la sección de los objetivos específicos, los estudiantes tendrán acceso al APK de la aplicación para su instalación y posterior interacción con la misma. Al finalizar, se les pedirá llenar una encuesta de satisfacción para conocer si la interacción que tuvieron entre los objetos virtuales en el mundo real fue precisa y sin retraso de ejecución.

Desarrollo de la aplicación

En esta sección se expondrán el desarrollo de los modelos 3D y las funcionalidades implementadas, así como el diseño propio de la aplicación para la correcta interacción y visualización de los objetos tridimensionales.

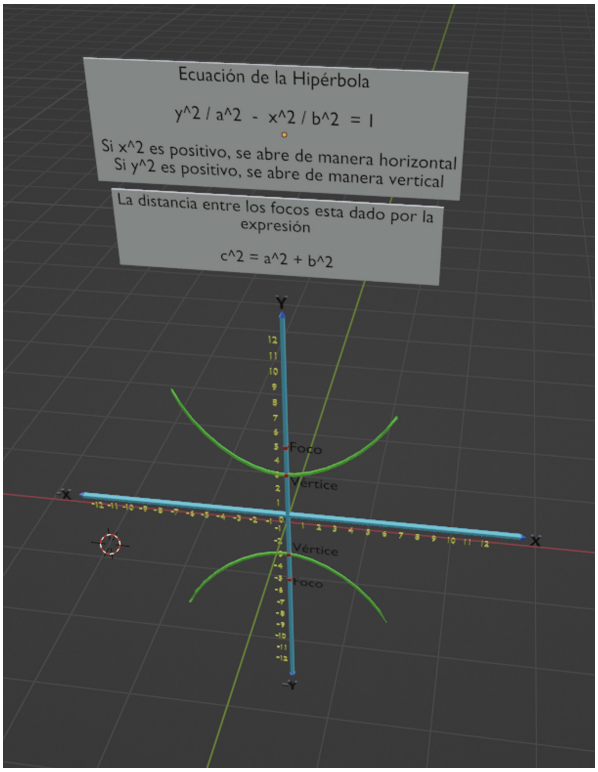
Modelos

Los modelos 3D se desarrollaron mediante la herramienta Blender y, como se mencionó, se definieron cuatro categorías de la geometría analítica.

En la figura 3 se puede apreciar el modelado correspondiente a la sección de ecuaciones, en este caso la ecuación de la hipérbola.

Cada uno de los modelos se desarrolla de manera individual, con el propósito de poder hacer modificaciones concretas a los modelos que lo requieran.

Figura 3
Modelado de la hipérbola

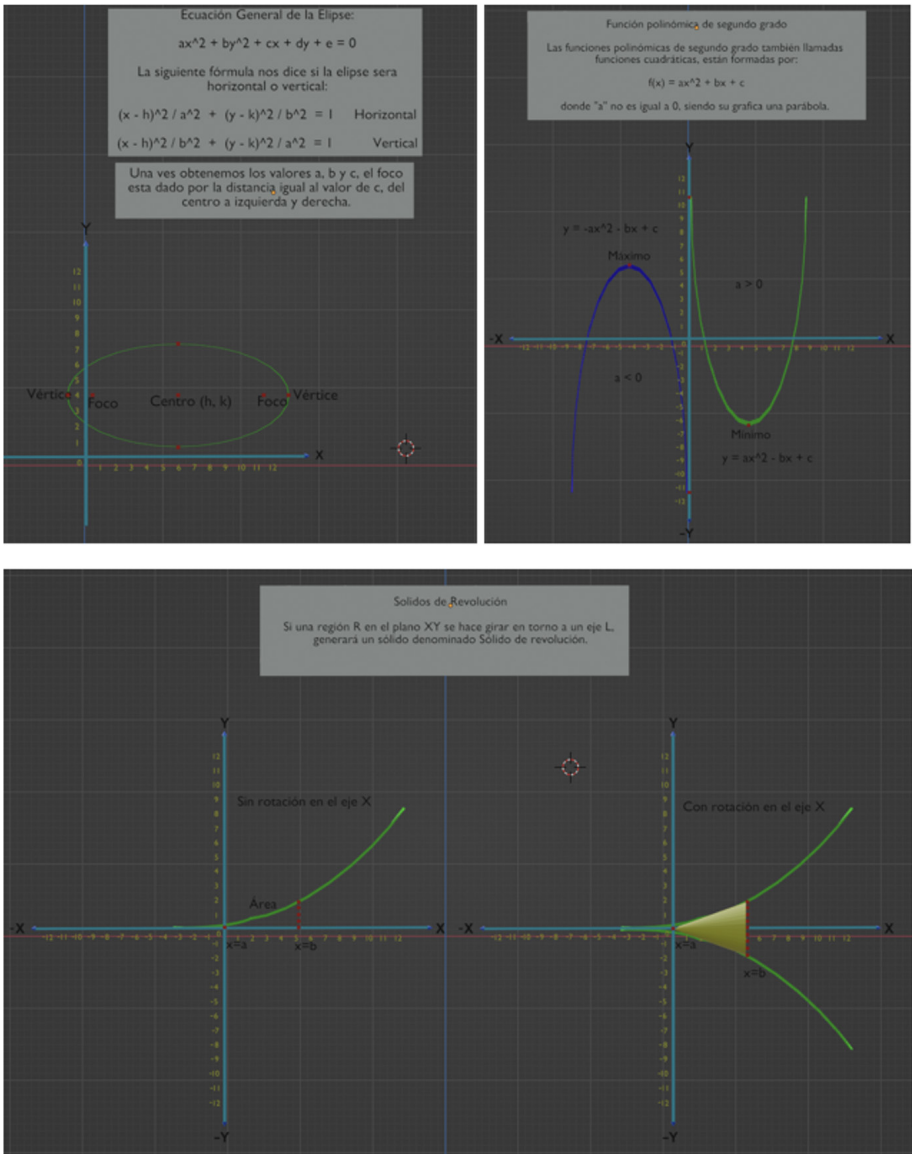


Nota. Presentación de la ecuación y del modelado de la hipérbola.

Del mismo modo, dentro del ambiente de Blender, en la figura 4 se puede apreciar cómo cada modelo diseñado tiene su propia singularidad, ya que no es lo mismo diseñar un modelo de la ecuación de la elipse que se dibuja en un cuadrante, en comparación con la función de segundo grado que utiliza los cuatro cuadrantes para su representación. Por supuesto, esto varía dependiendo de la forma y de cómo se desea mostrarlo. Por último,

los modelos de los sólidos de revolución pueden tener dos representaciones: una primera donde solo se muestra su estado inicial (por decirlo de alguna manera), y una segunda, cuando se vuelven sólidos.

Figura 4
Modelos de distintas áreas de la geometría analítica



Nota. Representación en los cuatro cuadrantes del plano cartesiano.

Una vez que se tienen todos los modelos diseñados, se procede a exportarlos a un formato de archivo FBX (FilmBox, por sus siglas en inglés); este tipo de formato permite importar el modelo en otras herramientas para su uso, para este caso, usarlo dentro de Unity 3D.

Funcionalidad, integración e interfaz

El desarrollo de la interfaz, funcionalidad e integración de los modelos se realizó mediante la herramienta de Unity 3D y, de la misma manera se configura la librería de Vuforia para el rastreo y colocación de los objetos. Cabe recalcar que esta herramienta posee una base de datos en la nube donde pueden ser subidos los objetos 3D, y estos pueden ser referenciados dentro de la aplicación para su posterior renderizado; esto es una buena opción para aquellas aplicaciones que requieren de una cantidad considerable de modelos tridimensionales para representar, ya que de esta manera no aumentan el peso de la aplicación móvil. Sin embargo, esta característica fuerza a tener internet en el dispositivo para que se pueda conectar a la nube.

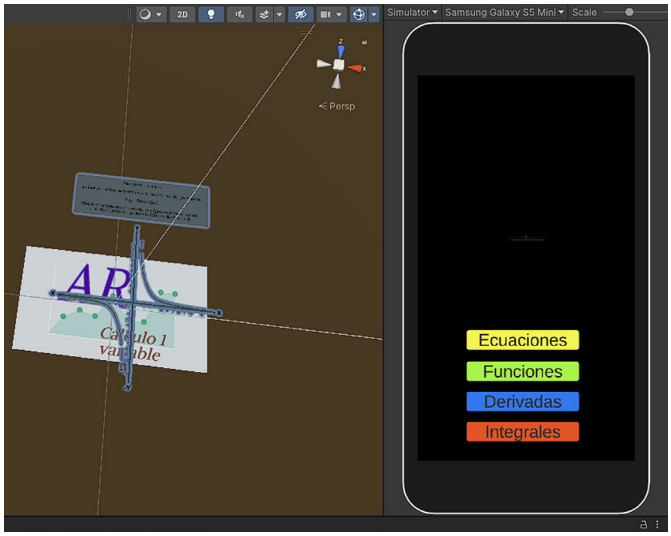
Todos los modelos se cargan dentro del proyecto, así como los botones virtuales para la navegación dentro de la aplicación.

Cada uno de estos atributos tiene que estar dentro de la carpeta "ImageTarget", esto para que el SDK de Vuforia los pueda identificar y saber qué modelos mostrar.

Una vez que se tienen los modelos cargados, se define una imagen principal que será detectada y rastreada por Vuforia; es en esta imagen, que será vista a través de la cámara del dispositivo móvil, donde se colocarán los modelos 3D. También se puede configurar el tamaño y la distancia que tendrá cada modelo sobre la imagen a ser detectada. Si bien esto se tiene que hacer con cada uno de los modelos, la herramienta de Unity 3D facilita la tarea con su funcionalidad de copiado y pegado entre los distintos componentes.

La herramienta proporciona asimismo un apartado para el diseño de la interfaz, donde se pueden configurar tamaño, color y funcionalidad; en este caso servirá para colocar los botones que ayudarán al estudiante a navegar por la aplicación. Como se observa en la figura 5, cada botón muestra una categoría en específico de un área de la geometría analítica; cuando se presionen, se actualizará la ventana y cambiarán los botones o se renderizará cierto modelo 3D.

Figura 5
Desarrollo de la aplicación

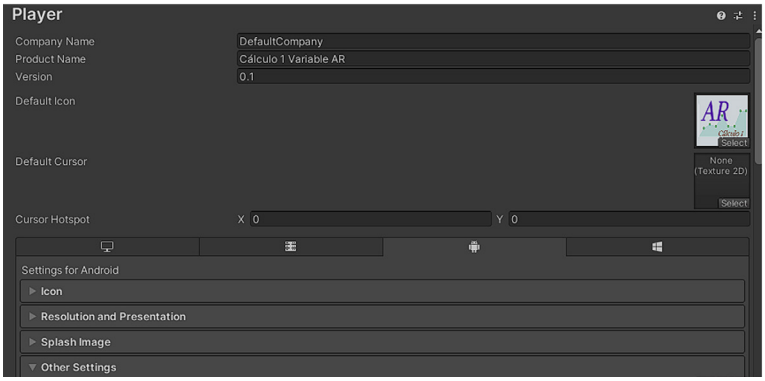


Nota. Botones con su respectiva categoría de un área de la geometría analítica.

Despliegue y Ejecución

La herramienta Unity 3D permite desplegar el APK de la aplicación. En la Figura 6 se puede observar que da la opción de configurar algunos aspectos importantes como la versión de la aplicación, la versión mínima que debe tener el sistema operativo Android del dispositivo móvil para poder ser instalada, el nombre de la aplicación y el logo respectivo.

Figura 6
Configuración del APK



Nota. Configuración de aspectos importantes del APK.

Una vez que se despliega el APK, es posible instalarlo en el dispositivo móvil y, al ejecutarlo, pedirá permisos para el uso de la cámara, lo que es importante para visualizar los objetos virtuales.

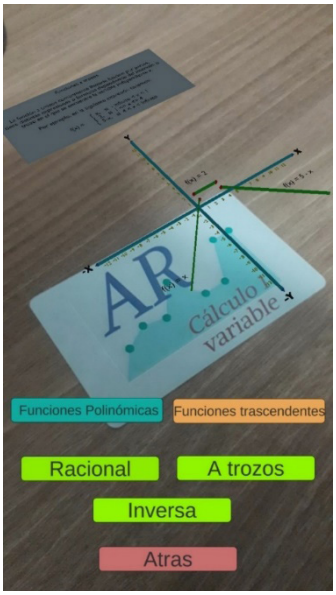
Una vez dentro, como muestra la figura 7, lo primero que aparece son los botones; esto sucede solo cuando la aplicación detecta el objeto predefinido en el desarrollo.

Figura 7
Inicio de la Aplicación

Nota. Botones cundo la aplicación detecta el objeto predefinido.

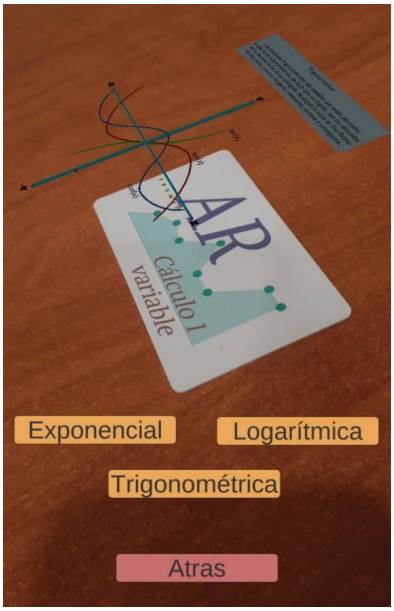
Es posible ir navegando de una sección a otra mediante los botones. También se aprecia cómo se mostrarían los modelos en el mundo real; es posible inclinar el dispositivo móvil y ver cómo el objeto 3D mantendrá su posición inicial, y asimismo se muestra su definición o regla encima del modelo. De esta manera se puede saber cuál fórmula sigue para realizar su gráfica. En las figuras 8 y 9 respectivamente se puede observar esto de manera específica.

Figura 8
Visualización de la función a trozos



Nota. Visualizar como navegar por los botones.

Figura 9
Visualización de la función trigonométrica



Nota. Funciones trascendentes: se visualiza la función trigonométrica.

Resultados

En este apartado presentaremos cuáles fueron las gráficas y reglas en concreto que se modelaron, así como una tabla sobre la encuesta realizada.

Tabla 1
Especificación de gráficas a modelar

Área	Gráficas (modelos)
Ecuaciones	Línea Recta
	Circunferencia
	Parábola
	Elipse
	Hipérbola
Funciones	Polinómicas de primer, segundo y tercer grado
	Racional
	A trozos
	Inversa
Derivadas	Derivada de un producto
	Regla del cociente
	Regla de la cadena
	Derivación sucesiva
Integrales Indefinidas	Cálculo de áreas
	Volúmenes
	Sólidos de revolución

Nota. Gráficas que se modelarán.

Tabla 2
Especificación de reglas a modelar

Área	Reglas (modelos)
Funciones Transcendentales	Exponencial
	Logarítmica
	Trigonométrica
Derivadas	Primera derivada
	Segunda derivada
Integrales Definidas	Integral por partes
	Integral fraccionaria

Nota. Reglas que se modelarán.

También se muestran los resultados obtenidos de una encuesta realizada a un grupo de 16 estudiantes de los primeros ciclos, quienes cursan materias afines a la matemática y al cálculo dentro de la Universidad. A cada estudiante se le dispuso el APK para que pudiera instalarlo y ejecutarlo, cada uno pudo apreciar los modelos en tiempo real desde la cámara de su dispositivo móvil.

Tabla 3
Encuesta sobre el desempeño de la aplicación

Encuesta				
Preguntas	**Conjunto de respuestas**			
1. ¿Cómo calificaría la detección del objeto real (tarjeta física), por parte de la aplicación?	Buena = 93.8%	Decente = 6.2%	Regular = 0%	Mala = 0%
2. ¿Cómo calificaría su interacción con los botones de la aplicación?	Buena = 56.3%	Decente = 18.8%	Regular = 25%	Mala = 0.1%
3. En la sección de ecuaciones ¿Qué tan fluidos se mostraron los objetos virtuales en el mundo real?	Buena = 50%	Decente = 37.5%	Regular = 12.5%	Mala = 0%
4. En la sección de funciones ¿Qué tan fluidos se mostraron los objetos virtuales en el mundo real?	Buena = 56.3%	Decente = 31.3%	Regular = 12.5%	Mala = 0%
5. En la sección de derivadas ¿Qué tan fluidos se mostraron los objetos virtuales en el mundo real?	Buena = 62.5%	Decente = 25%	Regular = 12.5%	Mala = 0%
6. En la sección de integrales ¿Qué tan fluidos se mostraron los objetos virtuales en el mundo real?	Buena = 43.8%	Decente = 50%	Regular = 5.2%	Mala = 1.0%
7. ¿Cómo calificaría la visualización de los objetos virtuales de la sección de ecuaciones?	Buena = 50%	Decente = 43.8%	Regular = 6.2%	Mala = 0%
8. ¿Cómo calificaría la visualización de los objetos virtuales de la sección de funciones?	Buena = 56.3%	Decente = 31.3%	Regular = 12.5%	Mala = 0%
9. ¿Cómo calificaría la visualización de los objetos virtuales de la sección de derivadas?	Buena = 62.5%	Decente = 31.3%	Regular = 6.2%	Mala = 0%
10. ¿Cómo calificaría la visualización de los objetos virtuales de la sección de integrales?	Buena = 43.8%	Decente = 56.3%	Regular = 0%	Mala = 0%
11. ¿Durante el uso de la aplicación, notó ciertos retrasos (*lag*) en la aparición de los objetos virtuales?	Si = 37.5%		No = 62.5%	

Nota. Encuesta a los estudiantes de primer nivel de la carrera de arquitectura.

En base a los resultados obtenidos de la encuesta, se puede observar que la detección del objeto físico, la tarjeta entregada a los estudiantes el día de la encuesta, fue buena, por lo que la materia de los estudiantes no presentó mayor retraso en la detección.

Para la interacción de los botones, se nota que poco más de la mitad de los encuestados no tuvo problema alguno para navegar y presionar los botones; sin embargo, la cuarta parte de los encuestados presentó dificultades o retrasos al momento de interactuar con los botones virtuales de navegación.

Se realizaron preguntas concretas a los estudiantes para saber cómo fue el desempeño individual de cada sección. En las respuestas se aprecia que más de la mitad de los encuestados no presentó problemas con la interacción o navegación dentro de cada sección, aunque más de la cuarta parte de ellos tuvo inconvenientes para navegar entre las distintas secciones, lo cual supone que en tiempo de renderizado y fluidez de navegación la aplicación aún puede ser mejorada. Muy posiblemente, esto se deba a que la interacción con la cámara del dispositivo móvil supone una carga extra al momento de renderizar los modelos 3D, lo que incrementa la demora y tiempos de carga de los modelos en el mundo real.

También se les preguntó qué tan fluidos se mostraron estos objetos virtuales dentro de su ambiente real; en la mayoría de los casos no se presentaron problemas, sin embargo, en secciones como las integrales se detectaron problemas con el renderizado gráfico; aunque la evaluación no cayó en el rango de regular como mayor frecuencia, da una pauta para mejorar específicamente en esta sección.

Para finalizar, se preguntó a los estudiantes lo siguiente: Durante el uso de la aplicación, ¿notó ciertos retrasos (*lag*) en la aparición de los objetos virtuales? La mayoría respondió con un "No", aunque puede observarse que la respuesta contraria tiene cierto peso. Esto quiere decir que la optimización en la mayoría de los dispositivos móviles aun no es eficiente y puede seguir mejorando. Si se tuvieran que solventar estos problemas de optimización a corto plazo, el camino más corto sería ajustar la versión de Android mínima donde la aplicación puede ser instalada, es decir, recurrir a dispositivos móviles de gama alta. Sin embargo, como la aplicación está destinada para la educación, esto no suena muy factible. Como solución a mediano plazo, se plantea considerar la opción de subir los modelos a la nube de Vuforia para disminuir la carga de procesado por parte de la aplicación; de esta manera, solo consultaría los modelos 3D en la nube y los representaría. Claro está, queda el interrogante de cuál sería la situación para aquellas instituciones rurales donde la conexión es mala o, de por sí, nula.

Discusión

A continuación se presentan las conclusiones que abordan los diferentes objetivos específicos y cómo estos se llevaron a cabo; además, se sugieren recomendaciones tanto para la investigación como para el desarrollo de la aplicación. Finalmente, se trata el tema de los trabajos futuros que pueden surgir con la Realidad Aumentada y se aspira a que la presente investigación y desarrollo de una aplicación móvil sirva como punto de apoyo para empezar nuevos proyectos cuyo propósito principal sea la incorporación de la Realidad Aumentada.

Conclusiones respecto de los objetivos específicos

Para el desarrollo de la aplicación se realizó una investigación y repaso de los temas que se estudian en tercero de bachillerato, para tener presente qué modelos son esenciales para diseñar. También aquí se definieron las cuatro secciones de cálculo que tendría la aplicación, así como el contenido de cada sección. Del mismo modo, se precisó qué modelos serían solo reglas y cuáles solo gráficas.

Con respecto al modelado de los diseños, se puede concluir que conocer y manejar la herramienta es vital para realizar los objetos virtuales sin mayores contratiempos; además, la herramienta tiene la opción de reutilizar los colores, bloques de modelos, posicionamiento de objetos, etc., lo cual facilita el diseño de cada uno de los objetos.

Para el desarrollo de la aplicación fue fundamental conocer la herramienta con la que se iba a trabajar. Como se expuso en los resultados, Unity 3D da la facilidad de integrar todo. En el presente caso se logró desarrollar el diseño de la interfaz y funcionalidad de la aplicación; además, todos los modelos que fueron diseñados y modelados en otra herramienta pudieron ser importados y colocados sin problema; y, por último y no menos importante, Unity 3D permitió la integración y configuración del SDK de Vuforia, clave para la correcta detección y colocación de los objetos virtuales.

En conclusión, la aplicación cumple con la finalidad de este proyecto, ya que propone objetos virtuales inmersos en el mundo real, dando así una alternativa para aprender y comprender de distinta manera el cálculo enfocado en la geometría analítica, y logrando que las clases puedan ser más dinámicas y divertidas para los estudiantes. La idea del proyecto puede expandirse en un futuro para otras materias que se imparten en los terceros de bachillerato.

Recomendaciones para la investigación y desarrollo de aplicación

Las siguientes sugerencias se presentan como resultado del trabajo realizado:

- Durante su desarrollo, es importante considerar que la aplicación va a ser instalada en distintos dispositivos donde el tamaño, la versión de Android y la potencia del móvil pueden variar, por ello es crucial investigar y conocer cuál es la versión mínima que está con soporte. También, definir los tamaños con valores absolutos en el diseño de la aplicación ayuda para que la distribución de los botones, en el presente caso, no se vea afectada.
- Cuando se opte por una librería, verificar que la versión que será usada tenga soporte y que pueda ser integrada con las herramientas de desarrollo. Asimismo, se tendrá presente que el uso de dicha librería tenga licencia de uso y, sobre todo, qué funcionalidades puede ofrecer. En esta librería se proporciona una cuota en la nube donde podemos subir los modelos, con la finalidad de disminuir el tamaño de la aplicación y, a su vez, facilitar el renderizado en aquellos dispositivos de gama medio-baja, dado que son en estos modelos donde el retraso o *lag* es más notorio, y puede llegar a ser frustrante para ciertos usuarios.
- Finalmente, es importante seguir una metodología ágil para el proceso de desarrollo de la aplicación, esto ayuda a mantener presentes los tiempos definidos, evitando así posibles retrasos tanto en el diseño de los modelos como en la implementación de funcionalidad, y también para los testeos de la aplicación antes de presentar el producto final a las personas a ser encuestadas.

Trabajos futuros que pueden surgir con la Realidad Aumentada

A continuación se exponen algunas propuestas de trabajo futuro:

- Implementar animaciones a los distintos modelos 3D dentro de la misma herramienta de Blender, manipulando los estados de los modelos para darles movimientos y definiendo animaciones, así como generando interacción con el usuario mediante el movimiento del dispositivo.
- Experimentar esta tecnología dentro de otras áreas que se imparten en el tercero de bachillerato, como por ejemplo en el ámbito de la biología, la música, el arte o el deporte.
- Expandir la Realidad Aumentada y experimentar no solo con la educación, pues esta puede ser implementada para museos o eventos sociales,

donde se podría mostrar información extra de las funciones o de los modelos animados.

Referencias bibliográficas

Basogain, X., Olabe, M., Espinosa, K., Rouèche, C y Olabe, J. C. (2007). *Realidad Aumentada en la Educación: una tecnología emergente.* Escuela Superior de Ingeniería de Bilbao. https://www.academia.edu/29096018/Realidad_Aumentada_en_la_Educaci%C3%B3n_una_tecnolog%C3%ADa_emergente

González Cerón, J. A. (2016). *Desarrollo de un aplicativo móvil para cálculos básicos petroleros* (Tesis de grado). Pontificia Universidad Católica del Ecuador PUCE.

Fombona Cadavieco, J., Pascual Sevillano, M. Á. y Madeira Ferreira, A. F. (2012). Realidad aumentada, una evolución de las aplicaciones de los dispositivos móviles. *Pixel-Bit, Revista de medios y educación*, (41), 197-210.

Fundación Telefónica. (2011). *Realidad Aumentada: una nueva lente para el mundo*. Informe 10. Fundación Telefónica; Ariel.

González González, F., Calero Castañeda, S. y Loaiza Buitrago, D. (2019). *Comparación de las metodologías cascada y ágil para el aumento de la productividad en el desarrollo de software* (Tesis de doctorado). Universidad Santiago de Cali.

Kent, B. R. (2013). Visualizing Astronomical Data with Blender. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, *125*, 731-748.

Liu, X., Sohn, Y. y Park, D. (2018). Application Development with Augmented Reality Technique using Unity 3 D and Vuforia. *International Journal of Applied Engineering Research, 13*(21), 15068-15071.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2021, 30 de noviembre). *Se modifica el cronograma de retorno a clases presenciales ante la variante Ómicron.* https://educacion.gob.ec/comunicado-oficial-se-modifica-el-cronograma-de-retorno-a-clases-presenciales-ante-la-variante-omicron

Mora, C. D. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de pedagogía*, *24*(70), 181-272.

Torres, D. R. (2011). Realidad Aumentada, educación y museos. *Icono 14, Revista de comunicación y tecnologías emergentes, 9*(2), 212-226. https://www.redalyc.org/pdf/5525/552556583013.pdf