

UNIDAD

5

**INTRODUCCIÓN A
LOS CIRCUITOS
TRIFÁSICOS**

<https://doi.org/10.17163/abyaups.140.5>

5.1 CIRCUTOS POLIFÁSICOS A TRES HILOS

El generador monofásico es un generador de corriente alterna (CA) diseñado para entregar un único voltaje senoidal. Cuando el número de bobinas aumenta y se generan varios voltajes, se denomina generador polifásico de CA. A continuación, estudiaremos el sistema de tres fases, conocido como sistema trifásico, que es el más utilizado para la transmisión de potencia. Estos sistemas se emplean ampliamente por varias razones, entre ellas:

- Pueden usarse conductores más delgados para transmitir los mismos kVA al mismo voltaje, lo que reduce la cantidad de cobre requerido y a su vez baja los costos de construcción y mantenimiento.
- Las líneas más ligeras son más fáciles de instalar, y las estructuras de soporte pueden ser menos masivas y situarse a mayor distancia una de otra.
- Los equipos y motores trifásicos tienen características preferidas de operación y arranque comparadas con los sistemas monofásicos debido a un flujo más uniforme de potencia al transductor del que puede lograrse con un suministro monofásico.
- La mayoría de los grandes motores son trifásicos porque son esencialmente de autoarranque y no requieren un diseño especial o circuitería adicional de arranque.

Estas son algunas de las ventajas de los sistemas trifásicos. Los generadores trifásicos tienen tres bobinas de inducción situadas a 120° entre ellas, podemos observarlo en la Figura 5.1:

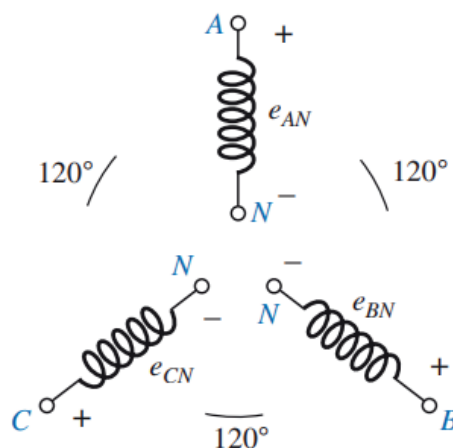


Figura 5.1 [Representación del sistema trifásico]

Al igual que las bobinas, también, habrá un desfase de 120° entre las líneas, así la potencia entregada será constante en el tiempo, sin fluctuaciones.

Si $wt=0$ entonces el diagrama senoidal será como el que se muestra en la Figura 5.2.

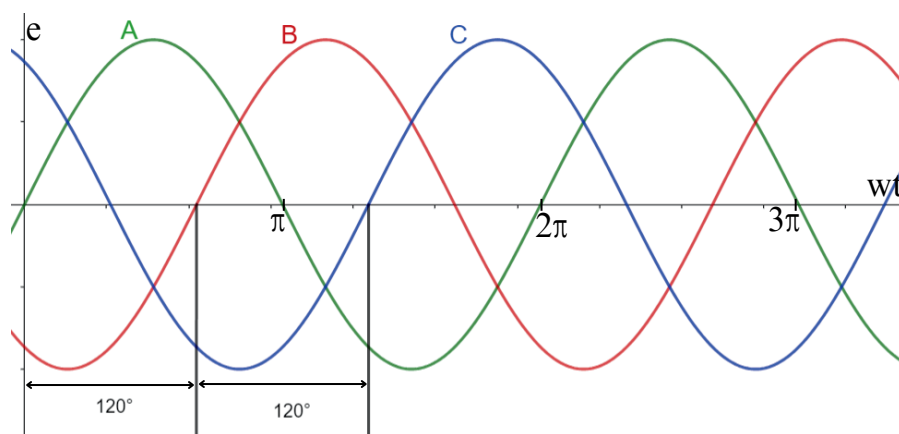


Figura 5.2 [Secuencia de fases en el tiempo]

Las expresiones senoidales para cada voltaje y el diagrama fasorial corresponden a:

- Para la fase A

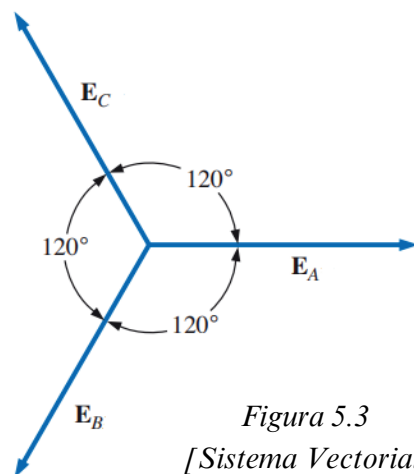
$$e_A = E_A \sin(\omega t)$$

- Para la fase B

$$e_B = E_B \sin(\omega t - 120^\circ)$$

- Para la fase C

$$e_C = E_C \sin(\omega t - 240^\circ) \text{ ó } e_C = E_C \sin(\omega t + 120^\circ)$$

Figura 5.3
[Sistema Vectorial]

Si sumamos matemáticamente los valores instantáneos de los tres voltajes en un instante dado, la suma es cero. Esto se debe a que el desfase asegura que, cuando un voltaje está en su punto máximo positivo, otro está en su punto máximo negativo, y el tercero está en un punto intermedio. La combinación de estos valores siempre se cancela mutuamente. Entonces, al formular este principio, obtenemos:

$$V_A + V_B + V_C = 0$$

En cualquier instante, la suma algebraica de los tres voltajes de fase de un generador trifásico es cero.

El mismo fundamento se aplica para la suma fasorial, entonces:

$$E_A + E_B + E_C = 0$$

La suma fasorial de los voltajes de fase en un sistema trifásico es cero.

5.2 CONEXIÓN ESTRELLA Y DELTA

5.2.1 CONEXIÓN ESTRELLA (Y)

Si las terminales del generador trifásico están conectadas a una carga, se le denomina generador trifásico de tres alambres conectado en Y (estrella). Observar la Figura 5.4

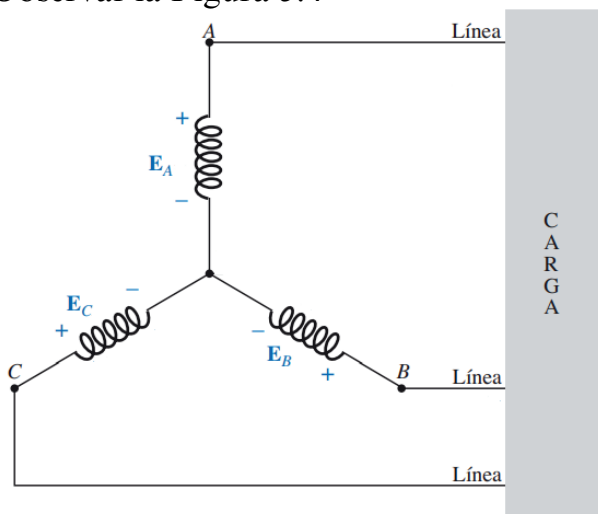


Figura 5.4 [Sistema de 3 alambres]

El punto en que todas las terminales están conectadas es el neutro. Si el neutro está conectado, el sistema es un generador trifásico de cuatro alambres conectado en Y (estrella). Observar la Figura 5.5

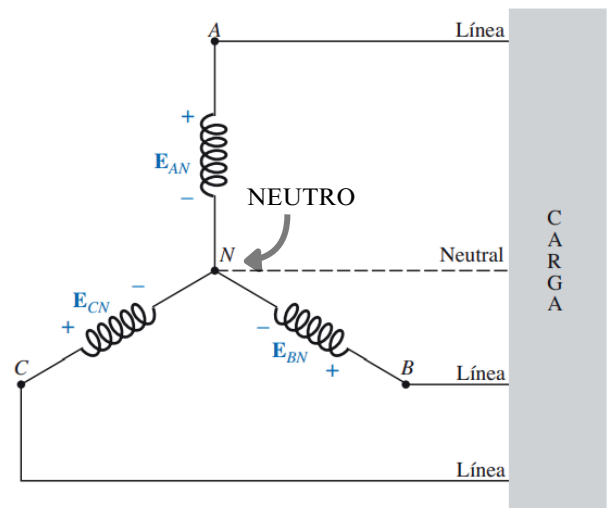


Figura 5.5 [Sistema de 4 alambres]

En los generadores existen voltajes de línea y voltajes fase, ocurre lo mismo para las corrientes, corrientes de línea y corrientes de fase.

VOLTAJE DE FASE

- Se mide entre cualquier fase y el punto neutro

VOLTAJE DE LINEA

- Se mide entre 2 fases diferentes
- El voltaje de línea es mayor que el voltaje de fase.

$$E_L = (\sqrt{3}) \cdot E_F$$

La magnitud del voltaje de línea de un generador conectado en Y (estrella) es la raíz de 3 multiplicada por el voltaje de fase:

$$I_L = I_F$$

CORRIENTE DE FASE Y CORRIENTE DE LINEA
La corriente de línea es igual a la corriente de fase para cada fase

5.2.2 SECUENCIA DE FASE EN Y

La secuencia de fase puede ser determinada por el orden en que los fasores que representan los voltajes de fase pasan por un punto fijo en el diagrama fasorial, si los fasores giran en sentido contrario al de las manecillas del reloj, como se muestra en la Figura 5.6, la secuencia de fase es ABC, esta secuencia es la más utilizada, entonces, al expresar esta secuencia en fasores obtenemos:

$$E_{AN} = E_{AN} \angle 0^\circ$$

$$E_{BN} = E_{BN} \angle -120^\circ$$

$$E_{CN} = E_{CN} \angle 120^\circ$$

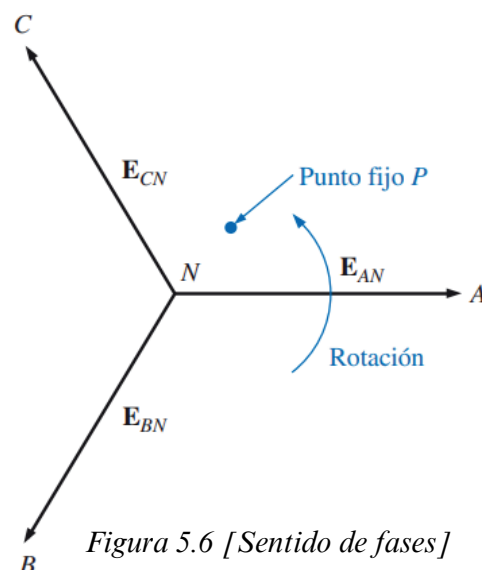


Figura 5.6 [Sentido de fases]

Entonces, en una secuencia ABC, los ángulos de fase son:

$$\theta_1 = 0^\circ \quad \theta_2 = -120^\circ \quad \theta_3 = 120^\circ$$

Por otro lado, tenemos las secuencias ACB, a diferencia de la anterior secuencia esta gira en sentido horario respecto al punto fijo, las expresiones fasoriales son las mismas, pero en diferente orden, entonces:

En una secuencia ACB, los ángulos de fase son:

$$\theta_1 = 0^\circ \quad \theta_2 = 120^\circ \quad \theta_3 = -120^\circ$$

5.2.3 GENERADOR CONECTADO EN Y CON CARGA BALANCEADA EN Y

Al decir que la carga está en Y quiere decir que tiene la misma configuración que el generador en estrella, además, la carga está balanceada, es decir, para cada fase, se encuentra una impedancia de la misma magnitud que el resto: $Z_1 = Z_2 = Z_3$. Como se muestra en la Figura 5.7

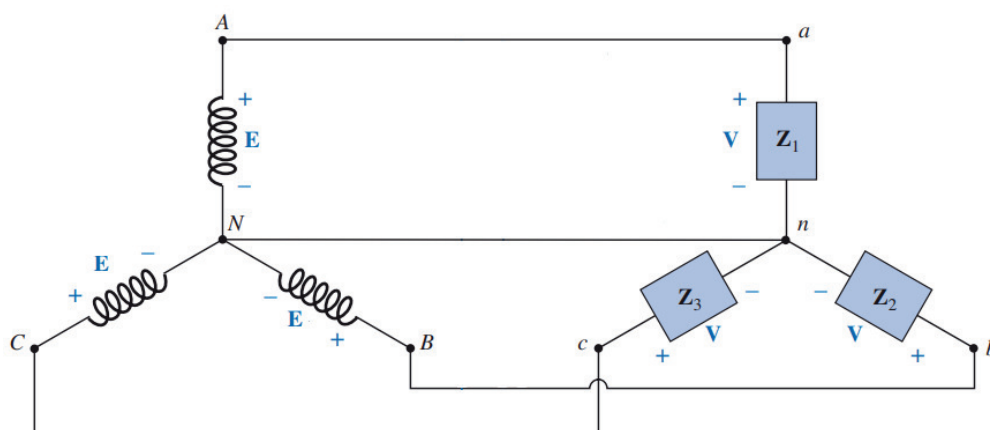


Figura 5.7 [Sistema Y-Y]

Ejemplo:

Para el siguiente circuito (Figura 5.8) con secuencia de fase ABC:

- Determinar los ángulos de fase
- Calcular los voltajes de línea
- Calcular las corrientes de línea

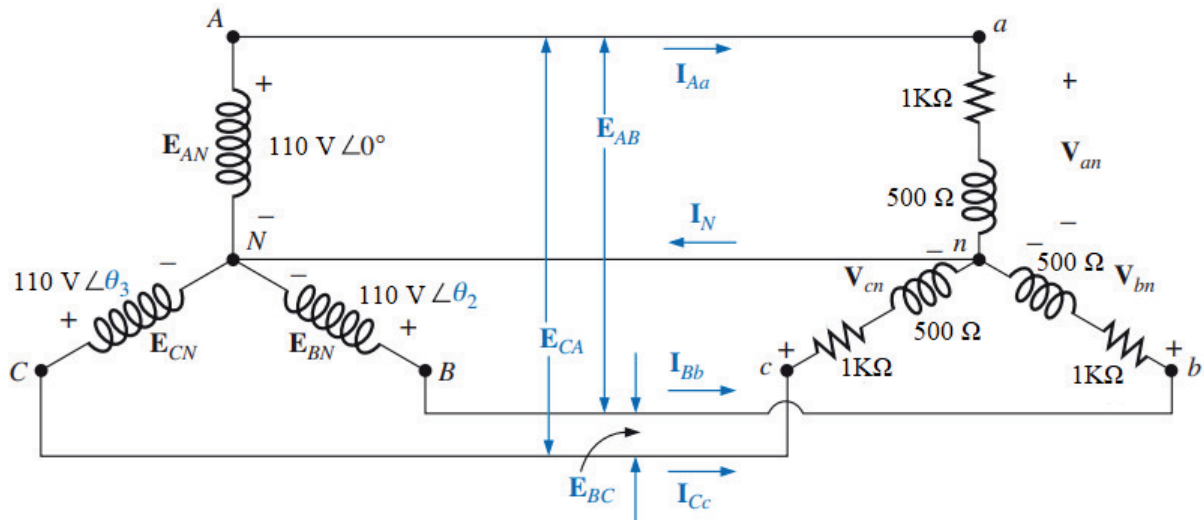


Figura 5.8 [Ejercicio Y-Y]

Sabemos que la secuencia de fase ABC tiene como ángulos: $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = -120^\circ$, $\theta_3 = 120^\circ$. Entonces, remplazamos dichos ángulos:

$$E_{AN} = 110V \angle 0^\circ$$

$$E_{BN} = 110V \angle -120^\circ$$

$$E_{CN} = 110V \angle 120^\circ$$

Para obtener el voltaje de línea, aplicamos la fórmula directamente, ya que el ejercicio nos proporciona el voltaje de fase:

Datos:	Fórmula a usar:	Al remplazar los datos en la fórmula obtenemos:
$E_F = 110V$	$E_L = (\sqrt{3}) \cdot E_F$	$E_L = (\sqrt{3}) \cdot 110V$
		$E_L = 190.52 V$

Dado que tenemos los mismos voltajes entregados por el generador, entonces:

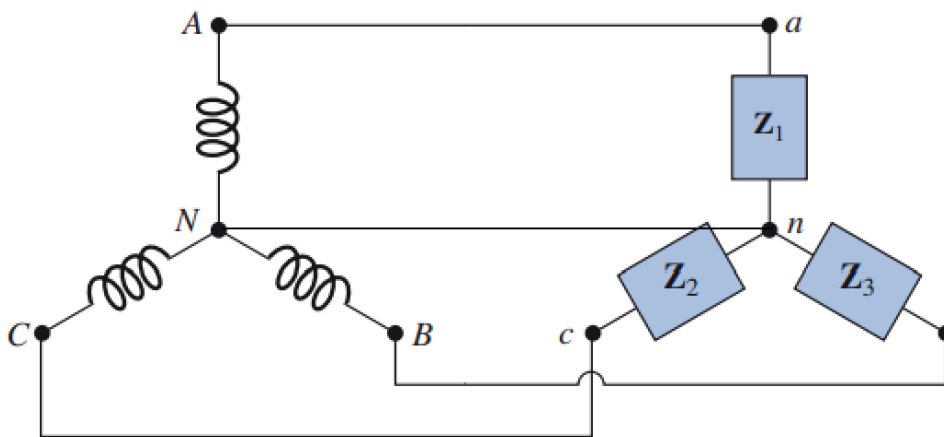
$$E_L = E_{AB} = E_{BC} = E_{CA} \left\{ \begin{array}{l} E_{AB} = 190.52 V \\ E_{BC} = 190.52 V \\ E_{CA} = 190.52 V \end{array} \right.$$

Para poder calcular las corrientes, primero calculamos las impedancias totales:

$\begin{array}{l} \text{Resistor} = 1K\Omega + j0 \\ \text{Inductor} = 0 + j500\Omega \\ \hline Z_{eq} = 1K\Omega + j500\Omega \end{array}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Al estar un inductor con una} \\ \text{resistencia en serie, simplemente} \\ \text{sumamos sus equivalencias} \end{array} \right.$
---	--

333 III Conexión Estrella y Delta

Ya que la carga es balanceada, la impedancia antes calculada será la misma para todas las ramas, como se muestra en la Figura 5.9:



$$Z_{eq} = Z_1 = Z_2 = Z_3$$

Entonces:

$$Z_1 = 1\text{K}\Omega + j 500\Omega$$

$$Z_2 = 1\text{K}\Omega + j 500\Omega$$

$$Z_3 = 1\text{K}\Omega + j 500\Omega$$

Figura 5.9 [Conexión Y-Y]

Con la impedancia ya calculada, utilizamos la ley de ohm para calcular las corrientes, teniendo en cuenta que el ángulo del voltaje de cada línea es diferente, entonces:

Formulamos:

$$I_{Aa} = \frac{E_{AN}}{Z_1}$$

Remplazamos:

$$I_{Aa} = \frac{110\text{V} \angle 0^\circ}{1\text{K}\Omega + j 500\Omega}$$

Realizamos las conversiones:

$$I_{Aa} = \frac{110\text{V} \angle 0^\circ}{1118.03\Omega \angle 26.56^\circ}$$

Calculamos:

$$I_{Aa} = 98.38\text{mA} \angle -26.56^\circ$$

Formulamos:

$$I_{Bb} = \frac{E_{BN}}{Z_2}$$

Remplazamos:

$$I_{Bb} = \frac{110\text{V} \angle -120^\circ}{1\text{K}\Omega + j 500\Omega}$$

Realizamos las conversiones:

$$I_{Bb} = \frac{110\text{V} \angle -120^\circ}{1118.03\Omega \angle 26.56^\circ}$$

Calculamos:

$$I_{Bb} = 98.38\text{mA} \angle -146.56^\circ$$

Formulamos:

$$I_{Cc} = \frac{E_{CN}}{Z_3}$$

Remplazamos:

$$I_{Cc} = \frac{110\text{V} \angle 120^\circ}{1\text{K}\Omega + j 500\Omega}$$

Realizamos las conversiones:

$$I_{Cc} = \frac{110\text{V} \angle 120^\circ}{1118.03\Omega \angle 26.56^\circ}$$

Calculamos:

$$I_{Cc} = 98.38\text{mA} \angle 93.44^\circ$$

5.2.4 GENERADOR CONECTADO EN Y CON CARGA BALANCEADA EN Δ

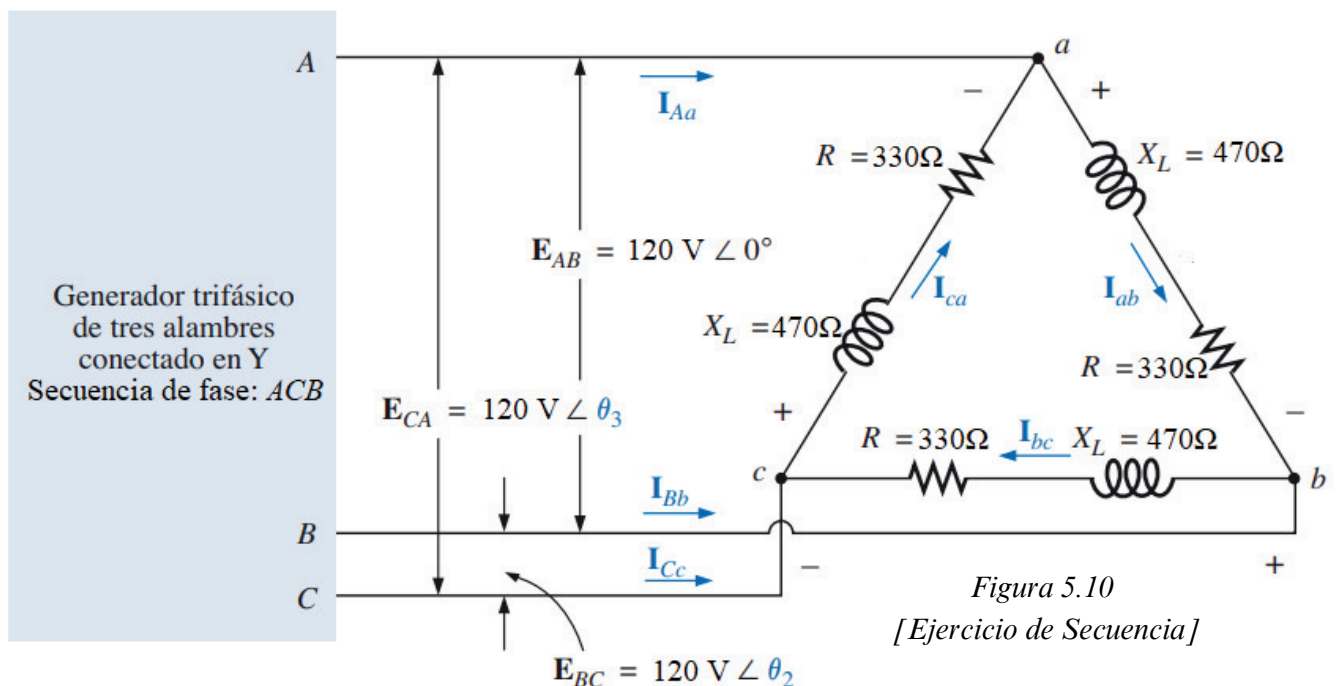
Ahora analizaremos la configuración de generador en estrella (Y) con carga balanceada en triángulo o delta (Δ), para esta configuración no existe la conexión neutra, ya que la carga no tiene un punto en común. Entonces tomaremos algunas consideraciones:

$I_L = (\sqrt{3}) \cdot I_{F\text{carga}}$	En esta configuración las corrientes de línea son diferentes respecto a las corrientes de fase de la carga.
$E_{F\text{carga}} = E_L$	El voltaje de línea será el mismo voltaje de fase de la carga.

Ejemplo:

Para el siguiente circuito (Figura 5.10) con secuencia de fase ACB:

- Determinar los ángulos de fase
- Calcular la corriente de fase de la carga
- Calcular la magnitud de las corrientes de línea



Sabemos que la secuencia de fase ACB tiene como ángulos: $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 120^\circ$, $\theta_3 = -120^\circ$. Entonces, reemplazamos dichos ángulos:

$$E_{AB} = 120 \text{ V} \angle 0^\circ$$

$$E_{BC} = 120 \text{ V} \angle 120^\circ$$

$$E_{CA} = 120 \text{ V} \angle -120^\circ$$

Para obtener las corrientes de fase de la carga, primero debemos calcular la impedancia total de cada rama, podemos calcular de una sola rama, ya que es un sistema balanceado:

335 III Conexión Estrella y Delta

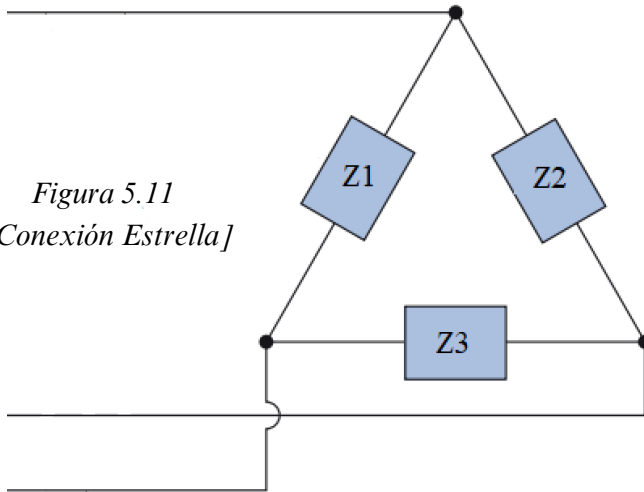
$$\text{Resistor} = 330\Omega + j 0$$

$$\text{Inductor} = 0 + j 470\Omega$$

$$Z_{eq} = 330\Omega + j 470\Omega$$

Al estar un inductor con una resistencia en serie, simplemente sumamos sus equivalencias. Observar la carga equivalente en la Figura 5.11

Figura 5.11
[Conexión Estrella]



Como:

$$Z_{eq} = Z_1 = Z_2 = Z_3$$

Entonces:

$$Z_1 = 330\Omega + j 470\Omega$$

$$Z_2 = 330\Omega + j 470\Omega$$

$$Z_3 = 330\Omega + j 470\Omega$$

Con la impedancia ya calculada, utilizamos la ley de ohm para calcular las corrientes de fase de la carga, utilizamos los voltajes de línea ya que estos abastecen cada rama, tener en cuenta el ángulo de cada voltaje:

Formulamos:

$$I_{ab} = \frac{E_{AB}}{Z_2}$$

Remplazamos:

$$I_{ab} = \frac{120V \angle 0^\circ}{330\Omega + j 470\Omega}$$

Realizamos las conversiones:

$$I_{ab} = \frac{120V \angle 0^\circ}{574.28\Omega \angle 54.92^\circ}$$

Calculamos:

$$I_{ab} = 208.95mA \angle -54.92^\circ$$

Formulamos:

$$I_{bc} = \frac{E_{BC}}{Z_3}$$

Remplazamos:

$$I_{bc} = \frac{120V \angle 120^\circ}{330\Omega + j 470\Omega}$$

Realizamos las conversiones:

$$I_{bc} = \frac{120V \angle 120^\circ}{574.28\Omega \angle 54.92^\circ}$$

Calculamos:

$$I_{bc} = 208.95mA \angle 65.08^\circ$$

Formulamos:

$$I_{ca} = \frac{E_{CA}}{Z_1}$$

Remplazamos:

$$I_{ca} = \frac{120V \angle -120^\circ}{330\Omega + j 470\Omega}$$

Realizamos las conversiones:

$$I_{ca} = \frac{120V \angle -120^\circ}{574.28\Omega \angle 54.92^\circ}$$

Calculamos:

$$I_{ca} = 208.95mA \angle -174.92^\circ$$

Una vez conseguidas las corrientes de fase de la carga, podremos calcular la magnitud de las corrientes de línea haciendo uso de la fórmula que relaciona la corriente de fase de la carga con la corriente de línea:

Datos:

$$I_{F\text{carga}} = 208.95\text{mA}$$

Fórmula a usar:

$$I_L = (\sqrt{3}) \cdot I_{F\text{carga}}$$

Al remplazar los datos en la fórmula obtenemos:

$$I_L = (\sqrt{3}) \cdot 208.95\text{mA}$$

$$I_L = 361.91\text{mA}$$

Entonces, la magnitud de las corrientes de línea (I_{Aa} , I_{Bb} , I_{Cc}) es 361.91mA.

5.2.5 CONEXIÓN DELTA O TRIÁNGULO (Δ)

A la siguiente configuración se la conoce como: conexión delta o triángulo, se la simboliza con el signo " Δ ", esta configuración no cuenta con un neutro, ya que no dispone de un punto en común, entonces, es un sistema trifásico de 3 alambres. Observar la Figura 5.12:

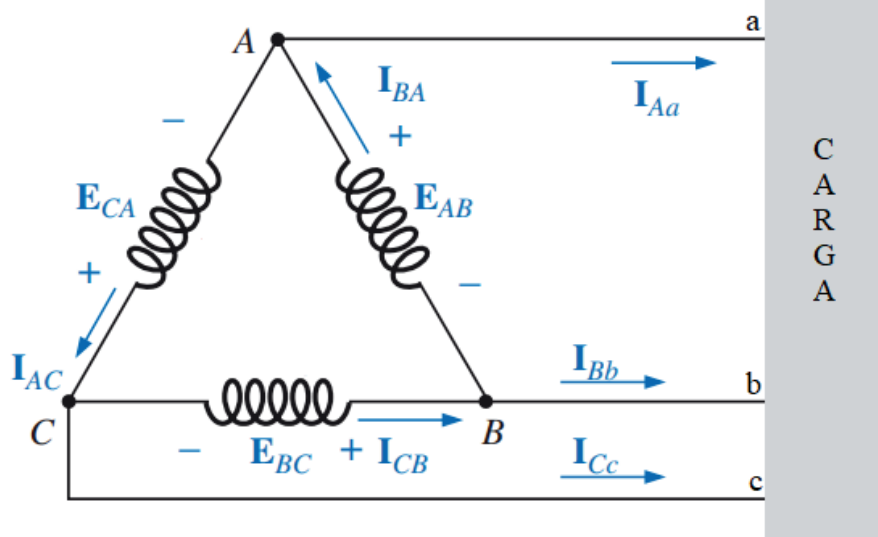


Figura 5.12 [Conexión delta]

$$E_F = E_L$$

En esta configuración los voltajes de línea son iguales a los voltajes de fase.

$$I_L = (\sqrt{3}) \cdot I_F$$

La corriente de línea tiene una relación de $\sqrt{3}$ multiplicada por la corriente de fase.

La secuencia de fase de esta configuración es la misma que la secuencia de fase de la conexión Y, por lo tanto, no se hará énfasis en esto.

Secuencia ABC:

$$\theta_1 = 0^\circ \quad \theta_2 = -120^\circ \quad \theta_3 = 120^\circ$$

Secuencia ACB:

$$\theta_1 = 0^\circ \quad \theta_2 = 120^\circ \quad \theta_3 = -120^\circ$$

5.2.6 GENERADOR CONECTADO EN Δ CON CARGA BALANCEADA EN Y

Ahora analizaremos la configuración de generador en delta (Δ) con carga balanceada en estrella (Y), para esta configuración no existe la conexión neutra, además, esta configuración tiene la misma resolución que ejemplos anteriores, por lo tanto, mismas fórmulas:

$$I_L = I_{F\text{carga}}$$

En esta configuración las corrientes de línea son las mismas que las corrientes de fase de la carga

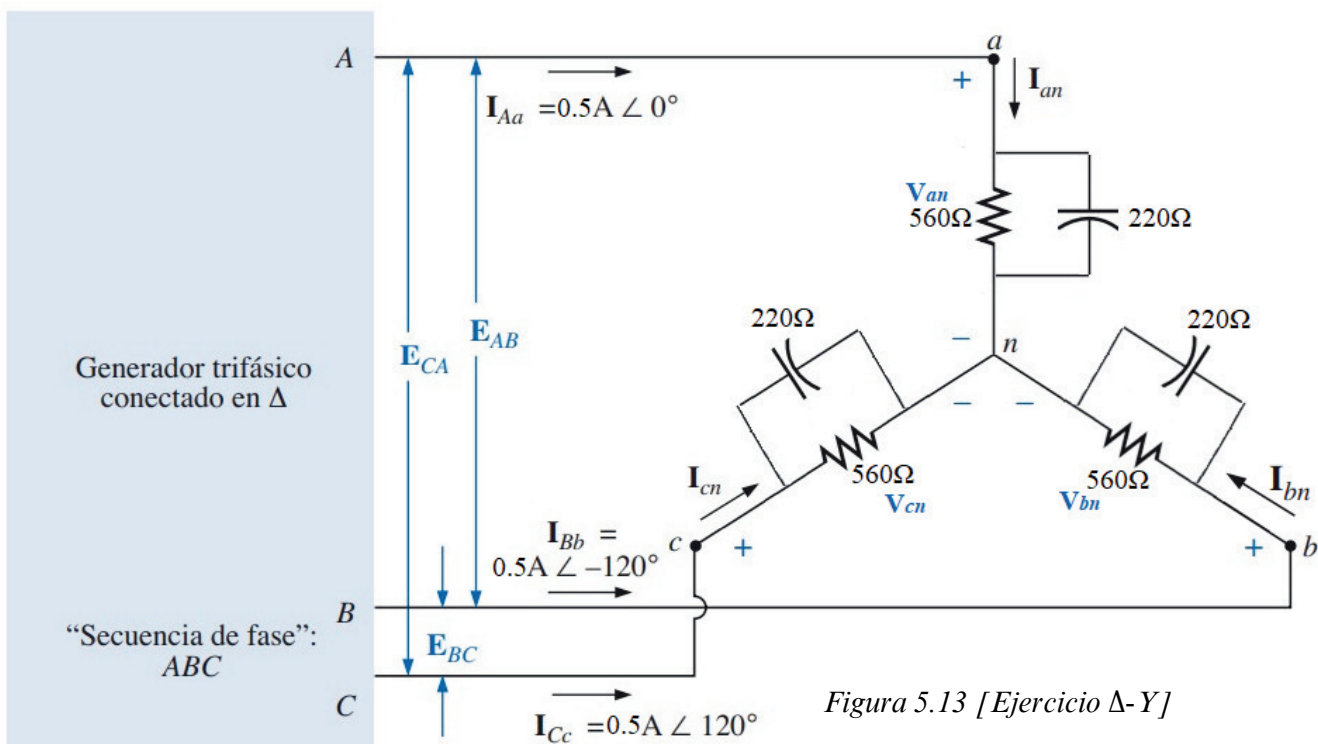
$$E_L = (\sqrt{3}) \cdot E_{F\text{carga}}$$

El voltaje de línea se consigue al multiplicar el voltaje de fase de la carga por $(\sqrt{3})$.

Ejemplo:

Para el siguiente circuito (Figura 5.13) con secuencia de fase ABC:

- Determine el voltaje en cada fase de la carga
- Determine la magnitud de los voltajes de línea

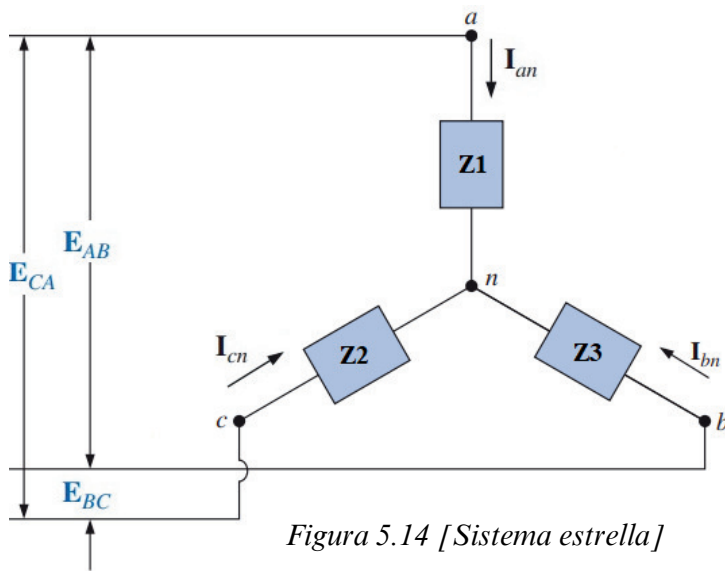


Como vimos en fórmulas de esta configuración, la corriente de línea es la misma para la corriente de fase de la carga, entonces:

$$\underbrace{I_{Aa} = I_{an}}_{I_{an} = 0.5A \angle 0^\circ} \quad ; \quad \underbrace{I_{Bb} = I_{bn}}_{I_{bn} = 0.5A \angle -120^\circ} \quad \text{y:} \quad \underbrace{I_{Cc} = I_{cn}}_{I_{cn} = 0.5A \angle 120^\circ}$$

Ahora, necesitamos la impedancia de rama, para determinar el voltaje de fase de la carga, mediante el uso de la ley de ohm:

$$Z_{eq} = \frac{(0 - j 220\Omega) \cdot (560\Omega + j 0)}{(0 - j 220\Omega) + (560\Omega + j 0)} \quad \left\} \quad Z_{eq} = 204.76\Omega \angle -68.56^\circ$$



Ya que es un sistema equilibrado (Figura 5.14), tenemos que:

$$Z_{eq} = Z_1 = Z_2 = Z_3$$

Entonces:

$$Z_1 = 204.76\Omega \angle -68.56^\circ$$

$$Z_2 = 204.76\Omega \angle -68.56^\circ$$

$$Z_3 = 204.76\Omega \angle -68.56^\circ$$

Calculamos el voltaje de fase de la carga, teniendo en cuenta el ángulo de cada voltaje:

Formulamos:

$$V_{an} = I_{an} \cdot Z_1$$

Remplazamos:

$$V_{an} = (0.5A \angle 0^\circ) \cdot (204.76\Omega \angle -68.56^\circ)$$

Calculamos

$$V_{an} = 102.38V \angle -68.56^\circ$$

Formulamos:

$$V_{bn} = I_{bn} \cdot Z_3$$

Remplazamos:

$$V_{bn} = (0.5A \angle -120^\circ) \cdot (204.76\Omega \angle -68.56^\circ)$$

Calculamos

$$V_{bn} = 102.38V \angle -188.56^\circ$$

Formulamos:

$$V_{cn} = I_{cn} \cdot Z_2$$

Remplazamos:

$$V_{cn} = (0.5A \angle 120^\circ) \cdot (204.76\Omega \angle -68.56^\circ)$$

Calculamos

$$V_{cn} = 102.38V \angle 51.44^\circ$$

Con el voltaje de fase de la carga calculado, podemos determinar la magnitud del voltaje de línea haciendo uso de la fórmula antes dada:

Datos:

$$E_{F\text{carga}} = 102.38\text{V}$$

Fórmula a usar:

$$E_L = (\sqrt{3}) \cdot E_{F\text{carga}}$$

Al remplazar los datos en la fórmula obtenemos:

$$E_L = (\sqrt{3}) \cdot 102.38\text{V}$$

$$E_L = 177.327\text{V}$$

La magnitud de los voltajes de línea (E_{Aa} , E_{Bb} , E_{Cc}) es 177.327V.

5.2.7 GENERADOR CONECTADO EN Δ CON CARGA BALANCEADA EN Δ

En esta configuración no existe la conexión neutra, además, esta configuración tiene la misma resolución que ejemplos anteriores, por lo tanto, mismas fórmulas:

$$I_L = (\sqrt{3}) \cdot I_{F\text{carga}}$$

En esta configuración las corrientes de línea tiene una relación de $\sqrt{3}$ multiplicado por a corriente de fase de la carga.

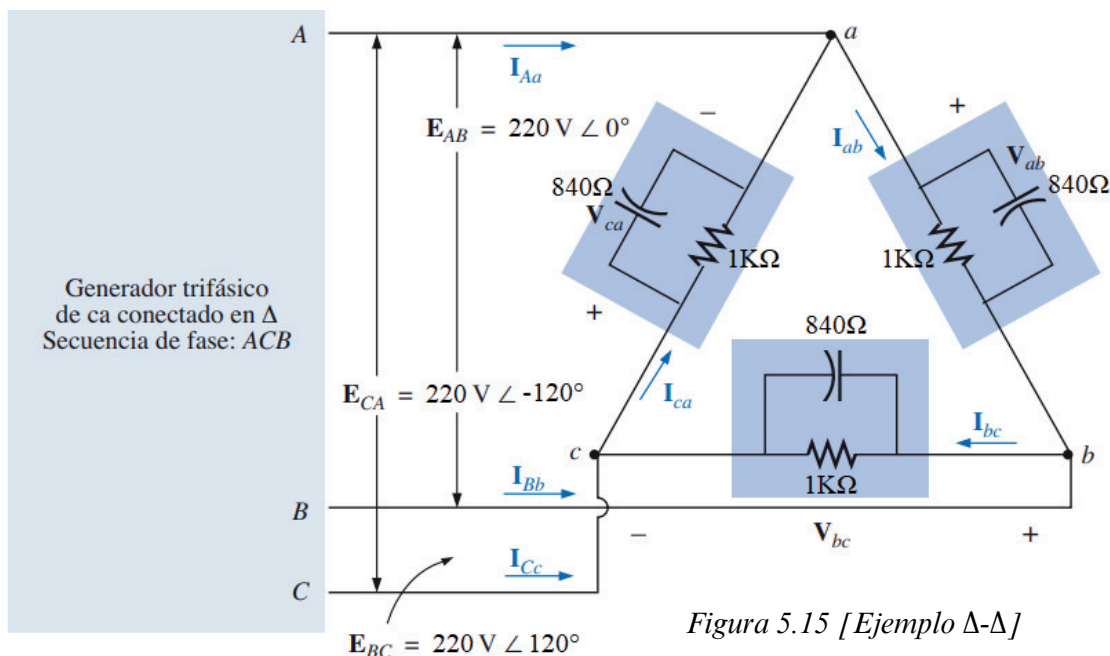
$$E_L = E_{F\text{carga}}$$

El voltaje de línea se mantiene respecto al voltaje de fase de la carga.

Ejemplo:

Para el siguiente circuito (Figura 5.15) con secuencia de fase ABC:

- Determine la corriente en cada fase de la carga
- Determine la magnitud de las corrientes de línea

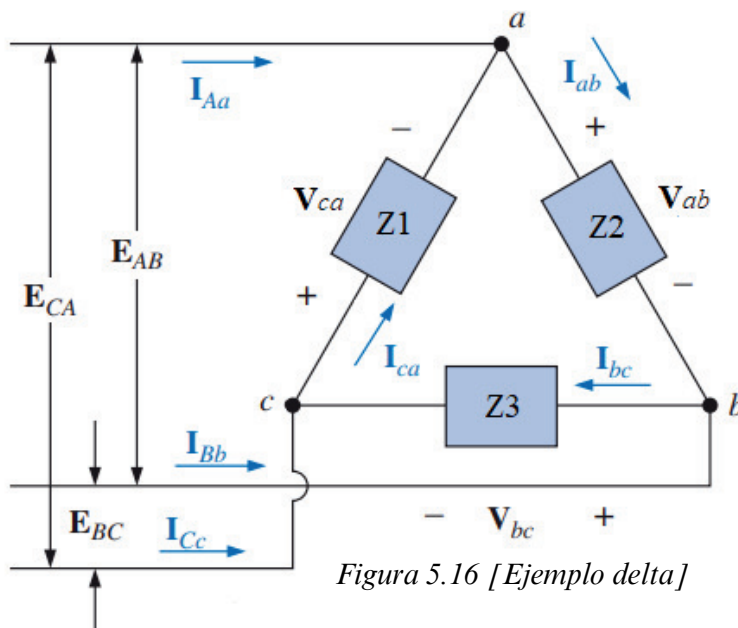


Como se vio con anterioridad, el voltaje de línea es igual al voltaje de fase de la carga:

$$\underbrace{E_{AB} = V_{ab}}_{V_{ab} = 220V \angle 0^\circ} ; \quad \underbrace{E_{BC} = V_{bc}}_{V_{bc} = 220V \angle 120^\circ} \quad \text{y:} \quad \underbrace{E_{CA} = V_{ca}}_{V_{ca} = 220V \angle -120^\circ}$$

Para obtener las corrientes de fase de la carga, necesitamos determinar la impedancia de rama, para luego, mediante la ley de ohm calcular dichas corrientes:

$$Z_{eq} = \frac{(0 - j 840\Omega) \cdot (1K\Omega + j 0)}{(0 - j 840\Omega) + (1K\Omega + j 0)} \quad \left. \vphantom{\frac{(0 - j 840\Omega) \cdot (1K\Omega + j 0)}{(0 - j 840\Omega) + (1K\Omega + j 0)}} \right\} Z_{eq} = 643.19\Omega \angle -49.97^\circ$$



Ya que es un sistema equilibrado, tenemos que:

$$Z_{eq} = Z_1 = Z_2 = Z_3$$

Entonces:

$$Z_1 = 643.19\Omega \angle -49.97^\circ$$

$$Z_2 = 643.19\Omega \angle -49.97^\circ$$

$$Z_3 = 643.19\Omega \angle -49.97^\circ$$

Con las impedancias calculadas (Figura 5.16), procedemos a calcular las corrientes de fase de la carga:

Formulamos:

$$I_{ab} = \frac{V_{AB}}{Z_2}$$

Remplazamos:

$$I_{ab} = \frac{220V \angle 0^\circ}{643.19\Omega \angle -49.97^\circ}$$

Calculamos:

$$I_{ab} = 342.04mA \angle 49.97^\circ$$

Formulamos:

$$I_{bc} = \frac{V_{BC}}{Z_3}$$

Remplazamos:

$$I_{bc} = \frac{220V \angle 120^\circ}{643.19\Omega \angle -49.97^\circ}$$

Calculamos:

$$I_{bc} = 342.04mA \angle 169.97^\circ$$

Formulamos:

$$I_{ca} = \frac{V_{CA}}{Z_1}$$

Remplazamos:

$$I_{ca} = \frac{220V \angle -120^\circ}{643.19\Omega \angle -49.97^\circ}$$

Calculamos:

$$I_{ca} = 342.04mA \angle -70.03^\circ$$

Por último, aplicamos la fórmula que relaciona la corriente de línea con la corriente de fase de la carga:

341 III Conexión Estrella y Delta

Datos:

$$I_{F\text{carga}} = 342.04\text{mA}$$

Fórmula a usar:

$$I_L = (\sqrt{3}) \cdot I_{F\text{carga}}$$

Al remplazar los datos en la fórmula obtenemos:

$$I_L = (\sqrt{3}) \cdot 342.04\text{mA}$$

$$I_L = 592.43\text{mA}$$

La magnitud de las corrientes de línea (I_{Aa} , I_{Bb} , I_{Cc}) es 592.43mA.

EJERCICIOS

SISTEMAS Y-Y:

- Se conecta un generador trifásico de cuatro alambres en Y a una carga balanceada en Y con una resistencia de 330Ω en cada rama, el generador tiene 50V como voltaje de línea. Determine las magnitudes de:
 - A) Voltaje de fase del generador.
 - B) Corriente de línea.
 - C) Corriente de fase de la carga.
 - D) Voltaje de fase de la carga.
- Se conecta un generador trifásico de cuatro alambres en Y a una carga balanceada en Y con una resistencia de $4.7K\Omega$ en serie a un inductor de $10K\Omega$ en cada rama, el generador tiene una secuencia de fase ABC, además, abastece 150V como voltaje de fase. Determine:
 - A) Voltajes de línea del generador.
 - B) Corrientes de línea.
 - C) Corrientes de fase de la carga.
 - D) Voltajes de fase de la carga.
- Se conecta un generador trifásico de cuatro alambres en Y a una carga balanceada en Y con una resistencia de 520Ω en paralelo a un capacitor de 470Ω en cada rama, el generador tiene una secuencia de fase ACB, además, abastece 75V como voltaje de fase. Determine:
 - A) Voltajes de línea del generador.
 - B) Corrientes de línea.
 - C) Corrientes de fase de la carga.
 - D) Voltajes de fase de la carga.

SISTEMAS Y-Δ:

- Se conecta un generador trifásico de tres alambres en Y a una carga balanceada en Δ con una resistencia de 120Ω en cada rama, el generador tiene 25V como voltaje de fase. Determine las magnitudes de:
 - A) Voltaje de línea del generador.
 - B) Corriente de línea.
 - C) Corriente de fase de la carga.
 - D) Voltaje de fase de la carga.
- Se conecta un generador trifásico de tres alambres en Y a una carga balanceada en Δ con una resistencia de 330Ω en serie a un capacitor de $1K\Omega$ en cada rama, el generador tiene una secuencia de fase ACB, además, abastece 100V como voltaje de línea. Calcular:
 - A) Voltajes de fase del generador.
 - B) Corrientes de línea.
 - C) Corrientes de fase de la carga.
 - D) Voltajes de fase de la carga.

- Se conecta un generador trifásico de tres alambres en Y a una carga balanceada en Δ con una resistencia de $1.2K\Omega$ en paralelo a un inductor de 970Ω en cada rama, el generador tiene una secuencia de fase ABC, además, abastece 110V como voltaje de línea. Determine:

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| A) Voltajes de fase del generador. | C) Corrientes de fase de la carga. |
| B) Corrientes de línea. | D) Voltajes de fase de la carga. |

SISTEMAS Δ -Y:

- Se conecta un generador trifásico de tres alambres en Δ a una carga balanceada en Y con una resistencia de 480Ω en cada rama, el generador tiene 80V como voltaje de línea. Determine las magnitudes de:

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| A) Voltaje de fase del generador. | C) Corriente de fase de la carga. |
| B) Corriente de línea. | D) Voltaje de fase de la carga. |

- Se conecta un generador trifásico de tres alambres en Δ a una carga balanceada en Y con una resistencia de 860Ω en serie a un capacitor de $2.2K\Omega$ en cada rama, el generador tiene una secuencia de fase ACB, además, abastece 150V como voltaje de línea. Calcular:

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| A) Voltajes de fase del generador. | C) Corrientes de fase de la carga. |
| B) Corrientes de línea. | D) Voltajes de fase de la carga. |

- Se conecta un generador trifásico de tres alambres en Δ a una carga balanceada en Y con una resistencia de 220Ω en paralelo a un inductor de 330Ω en cada rama, el generador tiene una secuencia de fase ABC, además, abastece 45V como voltaje de fase. Determine:

- | | |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| A) Voltajes de línea del generador. | C) Corrientes de fase de la carga. |
| B) Corrientes de línea. | D) Voltajes de fase de la carga. |

SISTEMAS Δ - Δ :

- Se conecta un generador trifásico de tres alambres en Δ a una carga balanceada en Δ con una resistencia de 120Ω en cada rama, el generador tiene 20V como voltaje de línea. Determine las magnitudes de:

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| A) Voltaje de fase del generador. | C) Corriente de fase de la carga. |
| B) Corriente de línea. | D) Voltaje de fase de la carga. |

- Se conecta un generador trifásico de tres alambres en Δ a una carga balanceada en Y con una resistencia de $5.6K\Omega$ en serie a un capacitor de $10K\Omega$ en cada rama, el generador tiene una secuencia de fase ABC, además, abastece 238V como voltaje de línea. Calcular:

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| A) Voltajes de fase del generador. | C) Corrientes de fase de la carga. |
| B) Corrientes de línea. | D) Voltajes de fase de la carga. |

5.3

POTENCIA DE SISTEMAS TRIFÁSICOS

5.3.1 POTENCIA EN CARGA BALANCEADA EN Y

Al utilizar AC, existen 3 potencias como ya estudiamos en los anteriores temas, potencia promedio, reactiva y aparente, en los sistemas trifásicos ocurre lo mismo, pero, con diferentes métodos de cálculo.

• POTENCIA PROMEDIO

Potencia promedio o también conocida como potencia real o activa (P), su magnitud es el vatio (W), la podemos calcular de diferentes maneras:

$$P = V_F \cdot I_F \cdot \cos(\theta)$$

V_F = Voltaje de fase

I_F = Corriente de fase

θ = Ángulo de fase entre V_F e I_F

Si no disponemos de alguna de estas magnitudes, podemos utilizar la siguiente fórmula:

$$P = R \cdot I_F^2$$

R = Valor de la resistencia de la carga

I_F = Corriente de fase

También podemos utilizar la siguiente fórmula:

$$P = \frac{V_R^2}{R}$$

V_R = Voltaje de la resistencia

R = Valor de la resistencia de la carga

Para calcular la **potencia promedio de la carga** podemos utilizar las siguientes fórmulas:

$$P_T = 3 \cdot P$$

$$P_T = 3 \cdot I_L^2 \cdot R$$

R = Valor de la resistencia de la carga

I_L = Corriente de línea

La siguiente fórmula, nos permite calcular la potencia promedio total de la carga:

$$P_T = (\sqrt{3}) \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos(\theta)$$

V_L = Voltaje de línea

I_L = Corriente de línea

θ = Ángulo de fase entre V_F e I_F

• POTENCIA REACTIVA

Aquella potencia que no genera trabajo útil, mas bien, oscila entre la fuente y los componentes reactivos (capacitores e inductores), de ahí su nombre, se la simboliza con (Q), su magnitud es el volt-ampere reactivo (VAR), la podemos calcular de diferentes maneras:

$$Q = V_F \cdot I_F \cdot \sin(\theta)$$

V_F = Voltaje de fase

I_F = Corriente de fase

θ = Ángulo de fase entre V_F e I_F

También podemos utilizar:

$$Q = X \cdot I_F^2$$

X = Valor en ohmios del componente reactivo

I_F = Corriente de fase

Otra manera de calcular dicha potencia es:

$$Q = \frac{V_X^2}{X}$$

V_X = Voltaje del componente reactivo

X = Valor en ohmios del componente reactivo

Para calcular la **potencia total de la carga** podemos utilizar las siguientes formulas:

$$Q_T = 3 \cdot Q$$

$$Q_T = 3 \cdot I_L^2 \cdot X$$

X = Valor en ohmios (Reactivo)

I_L = Corriente de línea

La siguiente fórmula, al igual que las anteriores, nos permite calcular la potencia reactiva total de la carga:

$$Q_T = (\sqrt{3}) \cdot V_L \cdot I_L \cdot \sin(\theta)$$

V_L = Voltaje de línea

I_L = Corriente de línea

θ = Ángulo de fase entre V_F e I_F

• POTENCIA APARENTE

La potencia aparente es la total de la potencia que fluye a través de la carga, es decir, es la combinación entre la potencia promedio y la potencia reactiva, se la representa con (S) y se mide en voltio-amper (VA). Al ser una combinación, podemos usar Pitágoras para su cálculo:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Q = Potencia Reactiva

P = Potencia Real

345 III Potencia de sistemas trifásicos

Si no disponemos de las anteriores potencias, podemos utilizar:

$$S = V_F \cdot I_F$$

V_F = Voltaje de fase
 I_F = Corriente de fase

Para calcular la POTENCIA APARENTE TOTAL DE LA CARGA podemos utilizar:

$$S_T = 3 \cdot S$$

$$S_T = (\sqrt{3}) \cdot V_L \cdot I_L$$

V_L = Voltaje de línea
 I_L = Corriente de línea

• FACTOR DE POTENCIA

Para el cálculo del factor de potencia usamos cualquiera de las siguientes fórmulas, recuerda especificar si el factor de potencia se encuentre en fase, adelantado o atrasado.

$$F_p = \frac{P_T}{S_T}$$

P_T = Potencia real total.
 S_T = Potencia aparente total.

También podemos utilizar:

$$F_p = \cos(\theta) \quad \theta = \text{Ángulo de fase entre } V_F \text{ e } I_F$$

Ejemplo:

Para el siguiente circuito de carga balanceada (Figura 5.17), determinar:

- La potencia activa de fase y total
- La potencia aparente de fase y la total
- La potencia reactiva de fase y total
- El factor de potencia

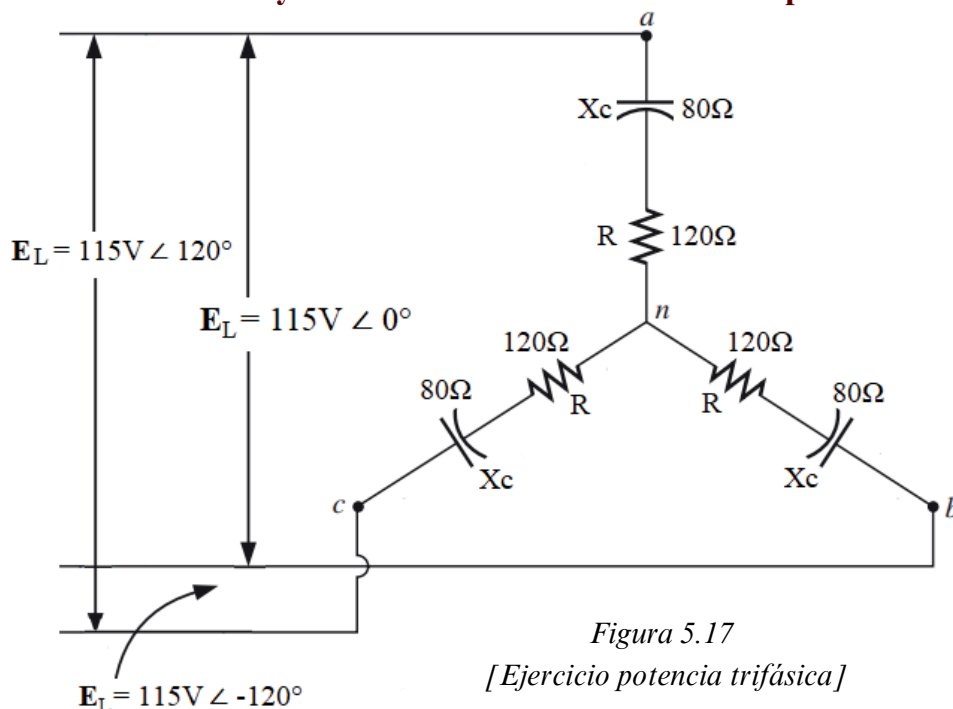


Figura 5.17

[Ejercicio potencia trifásica]

La Figura 5.17 nos proporciona el voltaje de línea, entonces, calculamos el voltaje de fase para luego calcular la corriente de fase, de esta manera, podremos utilizar todas las fórmulas que involucren el voltaje y corriente de fase:

Datos:
 $E_L = 115 \text{ V}$

Fórmula a usar:

$$E_L = (\sqrt{3}) \cdot E_F$$

Al remplazar los datos en la fórmula obtenemos:

$$115 \text{ V} = (\sqrt{3}) \cdot E_F$$

$$E_F = 66.40 \text{ V}$$

Y para la magnitud de la corriente de fase:

Datos:
 $E_F = 66.40 \text{ V}$
 $Z_{eq} = 120\Omega - j 80\Omega$

Fórmula a usar:

$$I_F = \frac{E_F}{Z_{eq}}$$

Al remplazar los datos en la fórmula obtenemos:

$$I_F = \frac{66.40 \text{ V}}{120\Omega - j 80\Omega}$$

$$I_F = 460.40 \text{ mA}$$

Ahora, podemos calcular las potencias que deseamos:

Potencia Real

Formulamos:

$$P = \frac{V_R^2}{R}$$

Remplazamos:

$$P = \frac{(55.24)^2 \text{ V}}{120\Omega}$$

Calculamos:

$$P = 25.42 \text{ W}$$

Para la potencia Real total:

$$PT = 3 \cdot P$$

Calculamos:

$$PT = 76.26 \text{ W}$$

Potencia Reactiva

Formulamos:

$$Q = I_F^2 \cdot X_C$$

Remplazamos:

$$Q = (460.40 \text{ mA})^2 \cdot 80\Omega$$

Calculamos:

$$Q = 16.95 \text{ VAR}$$

Para la potencia Reactiva total:

$$QT = (\sqrt{3}) \cdot V_L \cdot I_L \cdot \sin(\theta)$$

Remplazamos:

$$QT =$$

$$(\sqrt{3}) (115 \text{ V})(460.4 \text{ mA}) \sin(33.69)$$

Calculamos:

$$QT = 50.85 \text{ VAR}$$

Potencia Aparente

Formulamos:

$$S = V_F \cdot I_F$$

Remplazamos:

$$S = 66.40 \text{ V} \cdot 460.40 \text{ mA}$$

Calculamos:

$$S = 30.56 \text{ VA}$$

Para la potencia Aparente total:

$$ST = (\sqrt{3}) \cdot V_L \cdot I_L$$

Remplazamos:

$$ST = (\sqrt{3}) (115 \text{ V})(460.4 \text{ mA})$$

Calculamos:

$$ST = 91.69 \text{ VA}$$

347III Potencia de sistemas trifásicos

Por último, calculamos el factor de potencia:

$$\left. F_p = \frac{PT}{ST} \right\} \left. F_p = \frac{76.26W}{91.69VA} \right\} F_p = 0.83$$

También, podíamos haber usado:

$$\left. F_p = \cos(\theta) \right\} \left. F_p = \cos(33.69^\circ) \right\} F_p = 0.83$$

Este es un circuito capacitivo, por lo tanto, 0.83 adelantado

5.3.2 POTENCIA EN CARGA BALANCEADA EN Δ

Las ecuaciones para esta configuración no cambian respecto a las ecuaciones para la configuración en Y, así que, no se recalcarán dichas ecuaciones, pero, para el cálculo de potencias totales si varía, ya que existe diferencia en la distribución de voltajes y corrientes como ya estudiamos anteriormente, entonces:

• POTENCIA PROMEDIO TOTAL

Para este cálculo dispondremos solo de una ecuación, su magnitud continúa con el vatio (W):

$$PT = 3 \cdot P$$

• POTENCIA REACTIVA TOTAL

Para este cálculo dispondremos solo de una ecuación, su magnitud, el volt-ampere reactivo (VAR):

$$QT = 3 \cdot Q$$

• POTENCIA APARENTE TOTAL

En el caso de las ecuaciones de la potencia aparente total no cambian (VA):

$$ST = 3 \cdot S$$

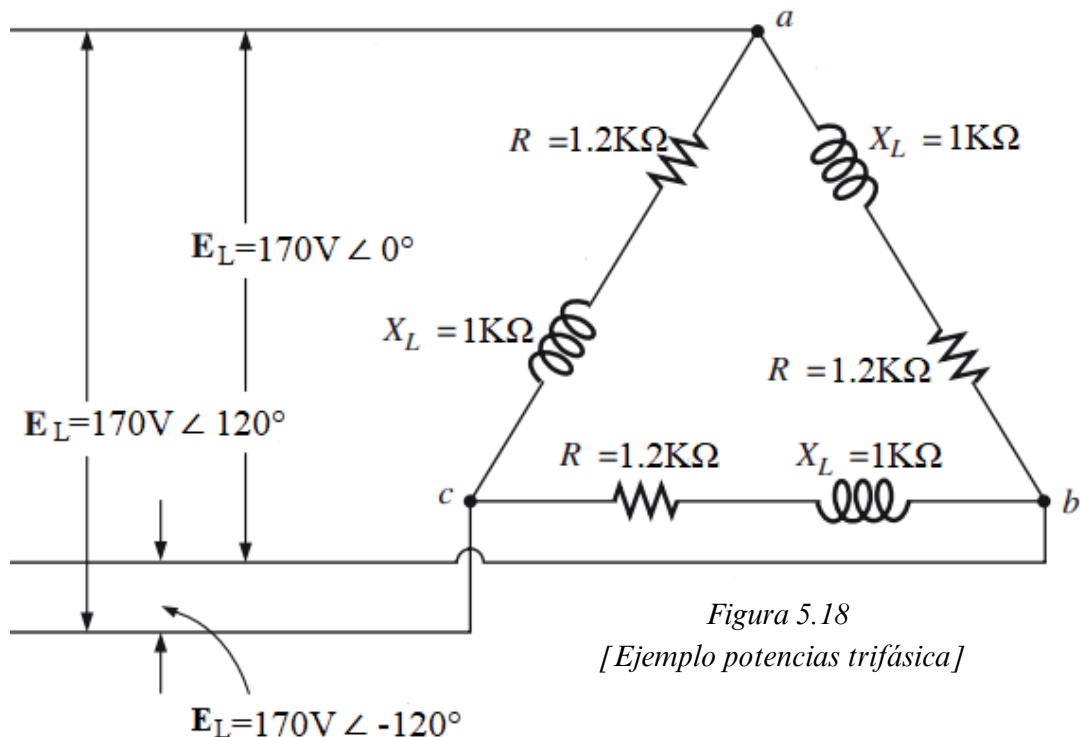
$$ST = (\sqrt{3}) \cdot V_L \cdot I_L$$

V_L = Voltaje de línea
 I_L = Corriente de línea

Ejemplo:

Para el siguiente circuito de carga balanceada (Figura 5.18), determinar:

- La potencia activa de fase y total
- La potencia aparente de fase y la total
- La potencia reactiva de fase y total
- El factor de potencia

**Potencia Real**

Formulamos:

$$P = I_F^2 \cdot R$$

Remplazamos:

$$P = (108.83\text{mA})^2 \cdot 1.2\text{K}\Omega$$

Calculamos:

$$P = 14.21 \text{ W}$$

Para la potencia Real total:

$$P_T = 3 \cdot P$$

Calculamos:

$$P_T = 42.63 \text{ W}$$

Potencia Reactiva

Formulamos:

$$Q = V_F \cdot I_F \cdot \sin(\theta)$$

Remplazamos:

$$Q = (108.83\text{mA})(175)\sin(39.8)$$

Calculamos:

$$Q = 11.84 \text{ VAR}$$

Para la potencia Reactiva total:

$$Q_T = 3 \cdot Q$$

Calculamos:

$$Q_T = 35.52 \text{ VAR}$$

Potencia Aparente

Formulamos:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Remplazamos:

$$S = \sqrt{(14.21\text{W})^2 + (11.84\text{VAR})^2}$$

Calculamos:

$$S = 18.49 \text{ VA}$$

Para la potencia Aparente total:

$$S_T = 3 \cdot S$$

Calculamos:

$$S_T = 55.47 \text{ VA}$$

Por último, calculamos el factor de potencia:

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} \left\{ F_p = \frac{42.63W}{55.47VA} \right\} F_p = 0.76$$

También, podíamos haber usado:

$$F_p = \cos(\theta) \left\{ F_p = \cos(39.80^\circ) \right\} F_p = 0.76$$

Circuito
inductivo, por
lo tanto, 0.76
atrasado

EJERCICIOS

SISTEMAS Y:

- Una carga trifásica balanceada, de un resistor de 560Ω en serie a un inductor de 220Ω esta conectada en Y, cuenta con un voltaje de línea de 130V, determinar:
 - A) Potencia activa de fase y total
 - B) Potencia reactiva de fase y total
 - C) Potencia aparente de fase y total
 - D) Factor de potencia
- Una carga trifásica balanceada, de un resistor de 380Ω en paralelo a un capacitor de 550Ω esta conectada en Y, cuenta con un voltaje de línea de 130V, determinar:
 - A) Potencia activa de fase y total
 - B) Potencia reactiva de fase y total
 - C) Potencia aparente de fase y total
 - D) Factor de potencia
- Una carga trifásica balanceada, conectada en Y, tiene voltaje de línea de 225V y consumo total de potencia de 980 W con un factor de potencia adelantado de 0.8. Encuentre la impedancia de cada fase en coordenadas rectangulares.

SISTEMAS Δ :

- Una carga trifásica balanceada, de un resistor de $4.7K\Omega$ en serie a un capacitor de $10K\Omega$ esta conectada en Δ , cuenta con un voltaje de línea de 250V, determinar:
 - A) Potencia activa de fase y total
 - B) Potencia reactiva de fase y total
 - C) Potencia aparente de fase y total
 - D) Factor de potencia
- Una carga trifásica balanceada, de un resistor de 980Ω en paralelo a un inductor de $2.2K\Omega$ esta conectada en Δ , cuenta con un voltaje de línea de 148V, determinar:
 - A) Potencia activa de fase y total
 - B) Potencia reactiva de fase y total
 - C) Potencia aparente de fase y total
 - D) Factor de potencia
- Una carga trifásica balanceada, conectada en Δ , tiene voltaje de línea de 215V y un consumo total de potencia de 3500 W con un factor de potencia adelantado de 0.8. Encuentre la impedancia de cada fase en coordenadas rectangulares.