

UNIDAD

4

POTENCIA EN CIRCUITOS

<https://doi.org/10.17163/abyaups.140.4>

4.1

POTENCIA

La potencia por definición es la cantidad de energía por unidad de tiempo que circula por un circuito, a continuación, explicaremos las diferencias entre potencia instantánea y promedio, de dónde surgen y la importancia de cada una.

4.1.1 POTENCIA INSTANTÁNEA

La potencia instantánea determinada por la letra “p” es la potencia presente en el circuito en un determinado momento de tiempo, esto se debe a que en redes de corriente alterna ni el valor de voltaje ni el de la corriente permanecen constantes. Estas son fórmulas para calcularla, dependen de varios factores como la frecuencia, el momento de la medición, valores máximos y el ángulo de desfase.

$$P = V \cdot i$$

$$P = V_m \sin(\omega t \pm \theta_V) \cdot i_m \sin(\omega t \pm \theta_i)$$

Observemos en la Figura 4.1, las gráficas del voltaje, corriente y potencia en cada momento del tiempo, la potencia dependerá de los primeros 2 factores y varía de acuerdo con la fórmula antes explicada. Cabe aclarar que la forma de la gráfica no siempre será la misma y dependerá mucho del desfase entre el voltaje y la corriente denominado θ .

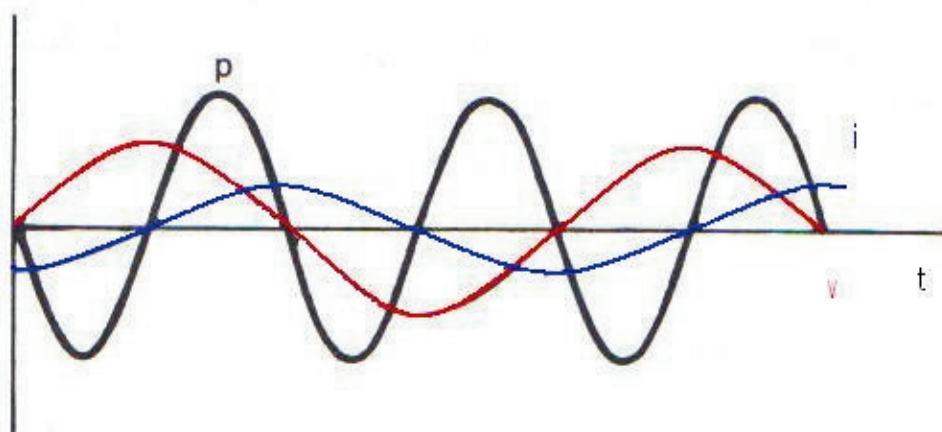


Figura 4.1 [Formas de onda de corriente, voltaje y potencia]

4.1.2 POTENCIA PROMEDIO

Por otro lado, tenemos a la potencia promedio o real representada por la letra “P” y midiéndose en vatios “W”, la cual se refiere a la disipada por la carga. Su concepto está dado por su nombre, es el promedio de todos los valores de la gráfica de la potencia antes mencionada, por consiguiente depende del desfase entre la corriente y el voltaje, este concepto lo abordaremos en profundidad más adelante.

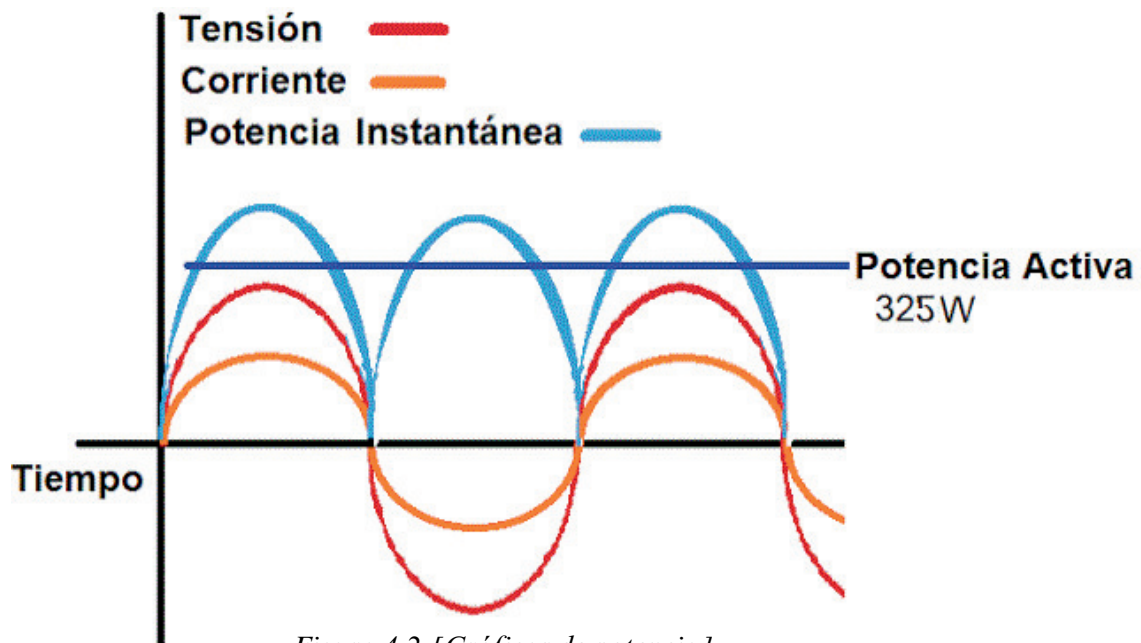


Figura 4.2 [Gráficas de potencia]

En la figura 4.2 podemos observar las formas del voltaje y la corriente sin un desfase entre sí, por lo que la potencia instantánea siempre tendrá valores positivos.

Es posible promediar los valores de la gráfica debido a que es cíclica y con una frecuencia constante, por lo que solo necesitamos de un ciclo para promediar sus valores y recibir una potencia activa fija.

A continuación dejaremos las fórmulas que existen para calcularla:

$$P = \frac{V_m \cdot I_m}{2} * \cos(\theta)$$

$$P = V_{ef} * I_{ef} * \cos(\theta)$$

Debido a que cada tipo de impedancia pura, ya sea resistiva, inductiva o capacitiva, presenta un desfase diferente entre voltaje e intensidad, estos presentarán diferentes gráficas de potencia instantánea. A continuación explicaremos detalladamente cada uno de ellos:

RESISTOR

Para los circuitos resistivos puros tendremos un desfase de 0 grados. Esto provocará una gráfica igual a la mostrada anteriormente, como explicamos todos los valores instantáneos son positivos y crea que el promedio tenga el mayor valor posible. Como vemos en la fórmula para calcularlo:

$$P = \frac{V_m \cdot I_m}{2} = V_{ef} \cdot I_{ef}$$

INDUCTIVOS Y CAPACITIVOS

Estos elementos solo hacen que el voltaje adelanta a la corriente o viceversa al ser -90 y 90 grados respectivamente, debido a que el coseno de ambos es 0 significa que en cualquiera de estos 2 elementos puros nunca exista una potencia promedio por lo tanto:

$$P = 0 \text{ W}$$

Ejemplo:

- **Calcule voltaje, corriente y potencia (instantáneos) del circuito que se observa en la Figura 4.3, luego calcule la potencia promedio. Finalmente, grafique con ayuda del programa MultiSim.**

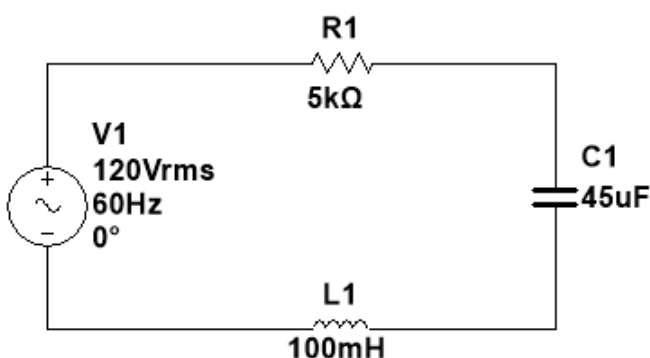


Figura 4.3 [Ejemplo circuitos mixtos]

Primero, deberemos plantearemos la fórmula del voltaje instantáneo con base en el voltaje fasorial dado

$$V_{max} = V_{ef} \cdot \sqrt{2}$$

$$V_{max} = 120 \cdot \sqrt{2} = 169,71 \text{ V}$$

$$v = V_{max} \cdot \sin(2\pi ft + \phi)$$

$$v = 169,71 \cdot \sin(2\pi \cdot 60t)$$

Calculamos la impedancia de cada elemento

$$Z_{L1} = 0 + j2\pi fL = 0 + j377 \cdot 100 \times 10^{-3} = 0 + j37,7 [\Omega]$$

$$Z_{C1} = 0 - \frac{j}{2\pi fC} = 0 - \frac{j}{377 \cdot 45 \times 10^{-6}} = 0 - j58,94 [\Omega]$$

$$Z_{R1} = 5000 + 0j [\Omega]$$

Calcularemos la corriente en forma fasorial con ayuda de la impedancia equivalente

$$Z_T = Z_{L1} + Z_{C1} + Z_{R1} = 5000 + j(37.7 - 58.94)$$

$$Z_T = 5000 - j21.24 = 5000 \angle -0.24^\circ$$

$$I_T = \frac{V_T}{Z_T} = \frac{120 \angle 0^\circ}{5000 \angle -0.24^\circ} = 0.024 \angle 0.24^\circ$$

Calculamos las fórmulas de la corriente y potencia instantánea

$$I_{max} = I_{ef} * \sqrt{2} = 0.024 * \sqrt{2} = 0.034$$

$$i = I_{max} * \sin(2\pi ft + \varphi) = 0.034 \sin(2\pi * 60 * t + 0.24^\circ)$$

$$p = i * v = 0.034 \sin(377t + 0.24^\circ) * 169.71 \sin(377t)$$

Finalmente, calculamos la potencia promedio

$$P = V_{ef} * I_{ef} * \cos(\varphi)$$

$$P = 120 * 0.024 * \cos(0.24^\circ)$$

$$P = 2.88 \text{ W}$$

Graficaremos las 3 funciones como vemos en la Figura 4.4 y nuestra potencia promedio

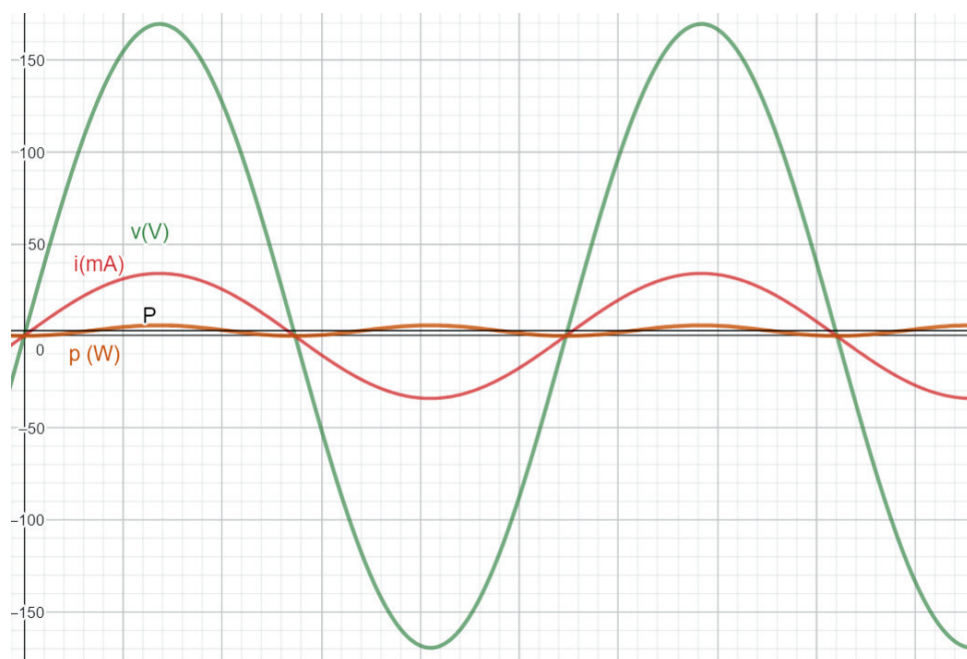


Figura 4.4 [Gráfica del ejercicio realizada en GeoGebra]

Ejercicios propuestos

1. Para los circuitos de la Figura 4.5 (A), Figura 4.6 (B) y Figura 4.7 (C) :

- Determine las impedancias parciales y totales.
- Determine el voltaje y la corriente total en fasores.
- Halle las ecuaciones para determinar el voltaje y la corriente instantáneos.
- Calcule la potencia promedio
- Grafique v , i , p y P en el simulador de su preferencia.

2. Para el circuito que está representado en la Figura 4.8 (D) :

- Además de lo antes mencionado, calcule la potencia promedio de todos los elementos del circuito

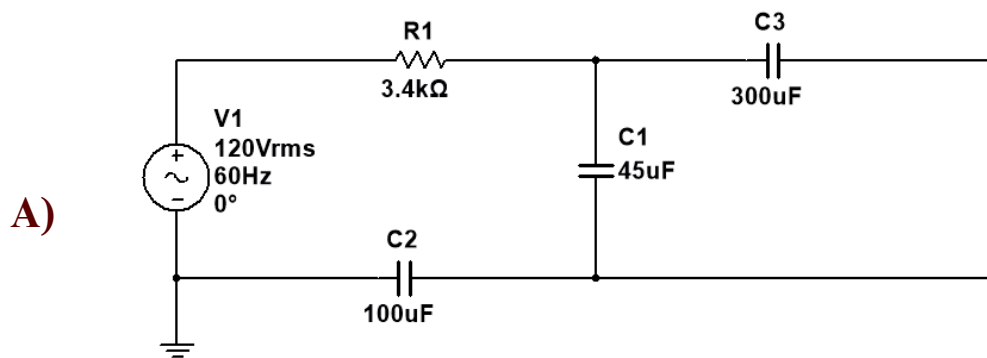


Figura 4.5 [Ejercicio 2A]

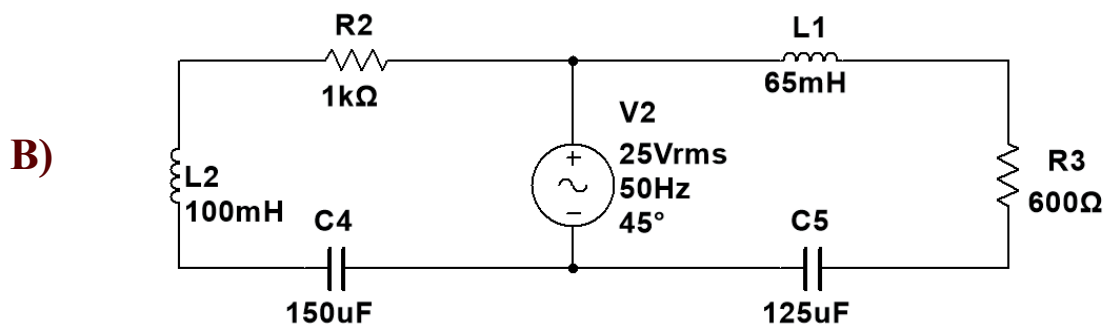


Figura 4.6 [Ejercicio 2B]

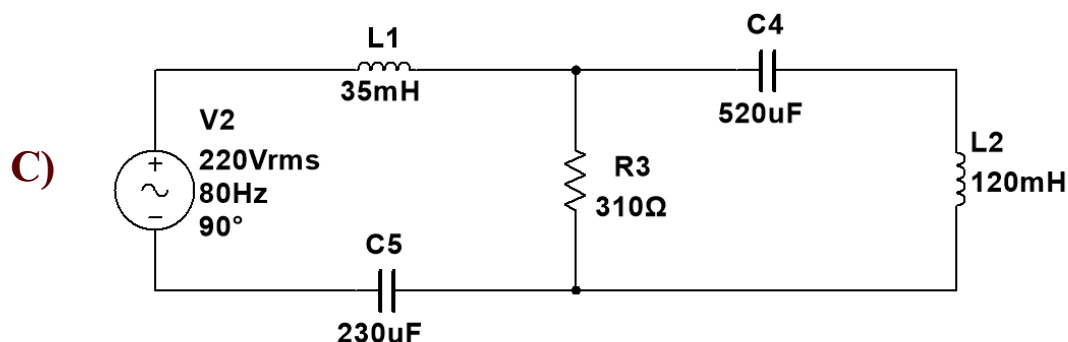


Figura 4.7 [Ejercicio 2C]

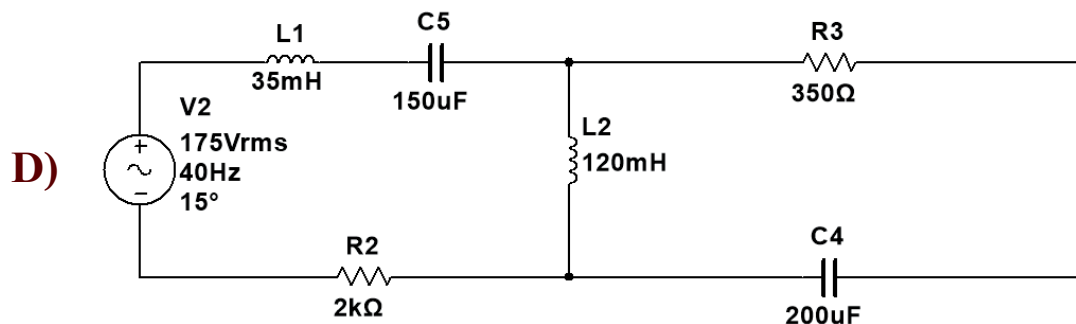


Figura 4.8 [Ejercicio 2D]

4.2

POTENCIA ACTIVA, REACTIVA, APARENTE Y COMPLEJA

En circuitos de corriente alterna existen 3 tipos de potencias principales: activa, reactiva y aparente. A continuación, explicaremos a que se refiere cada una y cómo se calculan.

4.2.1 POTENCIA ACTIVA

El concepto de la potencia activa fue explicado con el nombre de potencia promedio, se refieren al mismo concepto que en síntesis es la potencia consumida por resistores. Se le denomina potencia útil debido a que es la necesaria para el funcionamiento de los diversos circuitos, finalmente se representa con la letra “P” su unidad de medida son los vatios [W] y la fórmula es:

$$P = VI = \frac{VmIm}{2} = I^2 R = \frac{V}{R}$$

4.2.2 POTENCIA REACTIVA

La potencia reactiva se refiere a la potencia utilizada por las capacitancias e inductancias, continuando con la analogía esta es denominada la potencia “desperdiciada”, esto se debe a que se produce por las constantes variaciones de los campos eléctricos y magnéticos de los elementos y debido a que, como veremos más adelante, es posible reducir su valor a prácticamente cero sin afectar el funcionamiento de los equipos eléctricos.

Su representación es la letra “Q”, su unidad de medida es el volti amperio reactivo [VAR] y su fórmula es:

$$Q = VI \sin(\theta)$$

4.2.3 POTENCIA APARENTE

A la tercera potencia se le denomina aparente y es la representación de las 2 anteriores en el circuito. Se le denomina de esta manera debido a que esta representa todo lo que se consume dentro del circuito, es una de las más usadas debido a que sirve para realizar los cobros de planilla y se puede calcular con la ayuda de instrumentos básicos como multímetros y amperímetros.

Está representada por la letra “S” su unidad de medida es el volt amperio [VA] y para calcularla se usan las siguientes fórmulas:

$$S = VI = I^2 Z = \frac{V^2}{Z}$$

La fórmula que relaciona estas 3 potencias es:

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

4.2.4 POTENCIA COMPLEJA

La potencia compleja no es más que la representación de la aparente en función a las otras dos. Esta usa coordenadas rectangulares en la que la parte real será la potencia real y la imaginaria la aparente, también puede usarse con coordenadas polares teniendo como módulo la potencia aparente y como ángulo el desfase entre voltaje y corriente. Como se observa a continuación:

$$S = P + jQ$$

$$S = S \angle \theta$$

Para finalizar, una analogía común es representar a la potencia en corriente alterna como un jarro de cerveza al igual que la Figura 4.9. En donde la potencia real es la parte bebible de la misma representando que es la potencia útil, la parte reactiva es la espuma debido a que se le considera un “desperdicio” y la aparente es el conjunto de las 2.

Nota: Cualquier potencia total será la suma de todas las potencias parciales del circuito, independientemente del tipo de conexión en el que estén.



Figura 4.9 [Analogía de la cerveza]

Ejemplo:

Para el siguiente circuito:

- Con la Figura 4.10, calcule la potencia activa, reactiva, compleja y aparente. Además, trace el triángulo de potencias y determine si el circuito tiene una potencia reactiva, inductiva o capacitiva.

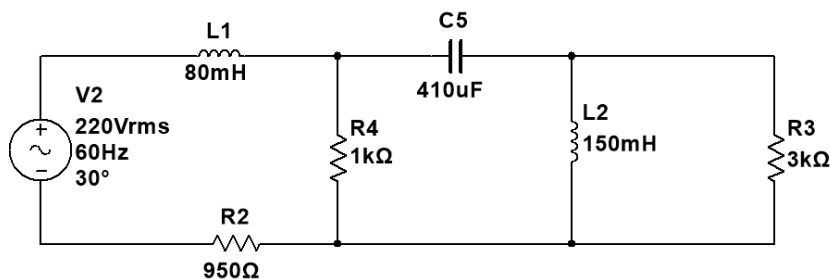


Figura 4.10 [Base del ejemplo]

Calculamos las impedancias parciales

$$Z_{L1} = 0 + j2\pi fL$$

$$Z_{L1} = 0 + j377 * 80 \times 10^{-3} = 0 + j30.16 [\Omega]$$

$$Z_{L2} = 0 + j377 * 150 \times 10^{-3} = 0 + j56.55 [\Omega]$$

$$Z_{C5} = 0 - \frac{j}{377 * 410 \times 10^{-6}} = 0 - j58.94 [\Omega]$$

$$Z_{R2} = 950 + 0j [\Omega] \quad Z_{R3} = 3000 + 0j [\Omega] \quad Z_{R4} = 1000 + 0j [\Omega]$$

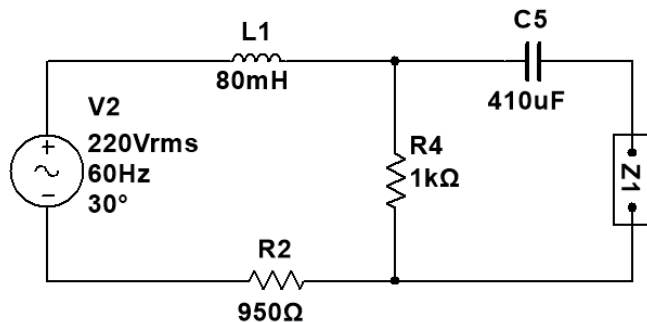


Figura 4.11 [Circuito reducido 1]

Encontramos la primera impedancia equivalente
(Figura 4.11)

$$Z_{Eq1} = \frac{Z_{L2} * Z_{R3}}{Z_{L2} + Z_{R3}} = \frac{56.55 \angle 90^\circ * 3000 \angle 0^\circ}{3000 + j56.55}$$

$$Z_{Eq1} = \frac{169650 \angle 90^\circ}{3000.53 \angle 1.08^\circ} = 56.54 \angle 88.92^\circ$$

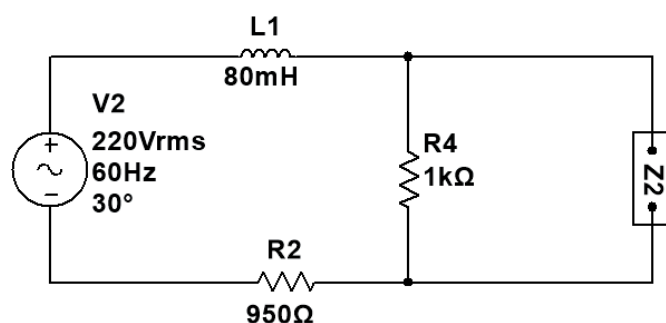


Figura 4.12 [Circuito reducido 2]

Encontramos la segunda impedancia equivalente
(Figura 4.12)

$$Z_{Eq2} = Z_{Eq1} + Z_{C5} = (56.54 \angle 88.92^\circ) + (0 - j58.94)$$

$$Z_{Eq2} = (1.0657 + j56.53) + (0 - j58.94)$$

$$Z_{Eq2} = 1.0657 - j2.41 [\Omega]$$

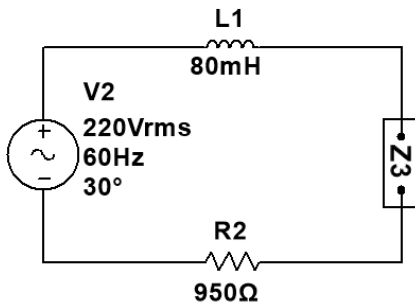


Figura 4.13 [Circuito reducido 3]

Encontramos la tercera impedancia equivalente y reemplazamos en el circuito; al redibujar va quedar igual que la Figura 4.13.

$$Z_{Eq1} = \frac{Z_{Eq2} * Z_{R4}}{Z_{Eq2} + Z_{R4}} = \frac{(2.64 \angle -66.145^\circ) * (1000 \angle 0^\circ)}{(1.0657 - j2.41) + (1000 + 0j)}$$

$$Z_{Eq1} = \frac{2640 \angle -66.145^\circ}{1001.0657 - j2.41} = \frac{2640 \angle -66.145^\circ}{1001.069 \angle -0.138^\circ} = 2.64 [\Omega] \angle -66.283^\circ$$

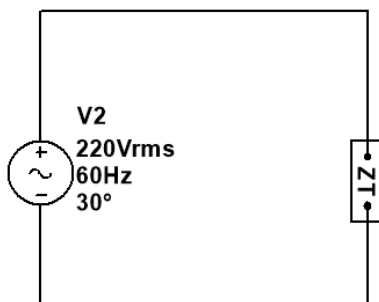


Figura 4.14 [Circuito final]

Encontramos la impedancia total, pues nos va a quedar un circuito bastante reducido (Figura 4.14)

$$Z_T = Z_{Eq3} + Z_{L1} + Z_{R2}$$

$$Z_T = (2.64 \angle -66.283^\circ) + (0 + j30.16) + (950 + 0j)$$

$$Z_T = (1.062 - 2.417) + (0 + j30.16) + (950 + 0j)$$

$$Z_T = 951.062 - j27.743 [\Omega]$$

Finalmente, determinamos las potencias requeridas

$$S = V * I = 220 * 231.22 \times 10^{-3} = 50.868 [\text{VA}]$$

$$P = V * I * \cos(\varphi) = 50.868 * \cos(-1.671^\circ) = 50.846 [\text{W}]$$

$$Q = V * I * \sin(\varphi) = 50.868 * \sin(-1.671^\circ) = -1.4833 [\text{VAR}]$$

$$S = P + jQ = 50.846 - j1.4833$$

Determinamos la corriente por medio de la ley de ohm

$$I_T = \frac{220 \angle 30^\circ}{951.062 - j27.743}$$

$$I_T = \frac{220 \angle 30^\circ}{951.47 \angle -1.671^\circ}$$

$$I_T = 231.22 [\text{mA}] \angle 31.671^\circ$$

Dibujamos el triángulo de potencias como se observa en la Figura 4.15

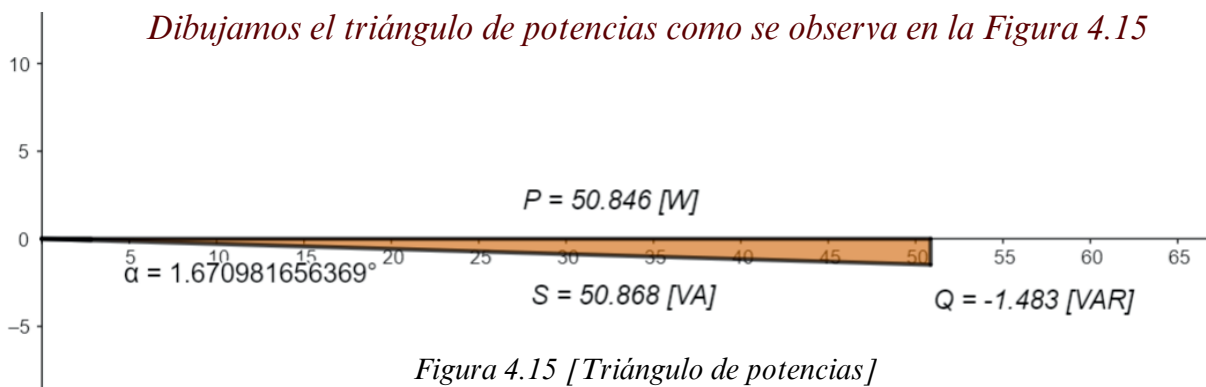


Figura 4.15 [Triángulo de potencias]

Finalmente, determinamos el tipo de circuito

Debido a que la potencia reactiva tiene un signo negativo, igual que el ángulo teta, se trata de un circuito más capacitivo. La gráfica se ve de esta manera debido a que, en comparación a la activa, la potencia reactiva es mucho menor, se trata de un circuito que tiende a ser puramente resistivo.

Ejercicios propuestos

1. Para los siguientes circuitos que se observan en la Figura 4.16 (A), Figura 4.17 (B), Figura 4.18 (C) y Figura 4.19 (D) :

- Determine las impedancias parciales y totales.
- Determine el voltaje y la corriente en fasores.
- Calcule la potencia activa, reactiva, aparente y compleja.
- Dibuje el triángulo de potencias, especificando el tipo de circuito presentado.

A)

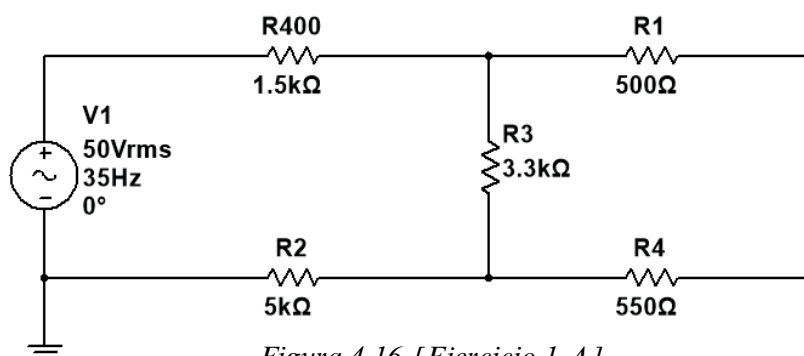


Figura 4.16 [Ejercicio 1.A]

B)

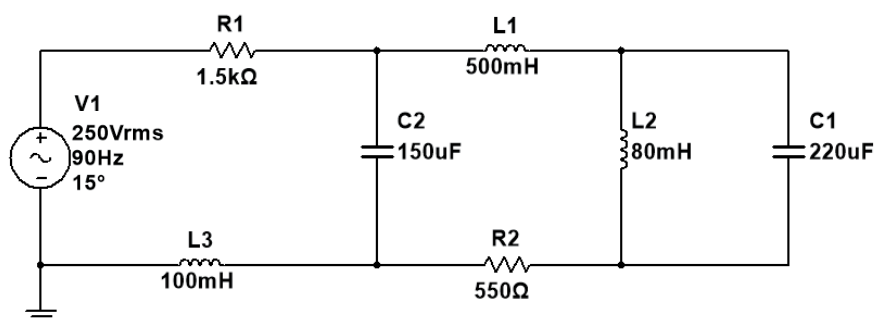


Figura 4.17 [Ejercicio 1.B]

C)

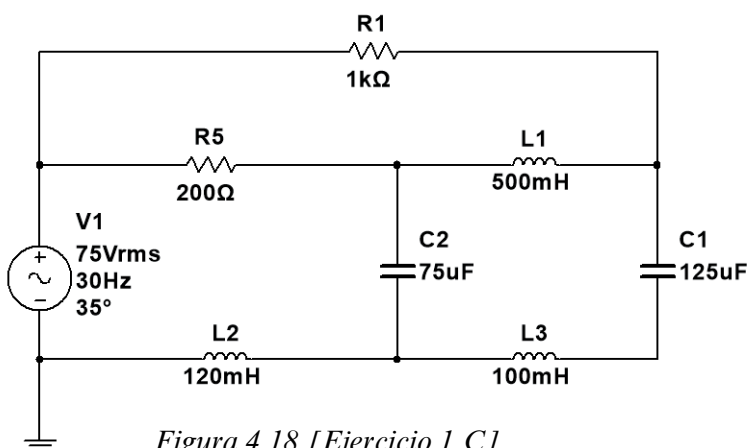


Figura 4.18 [Ejercicio 1.C]

D)

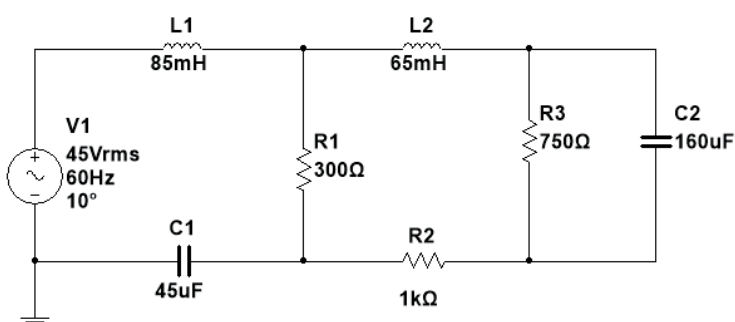


Figura 4.19 [Ejercicio 1.D]

4.3

FACTOR DE POTENCIA Y TRIÁNGULO DE POTENCIAS

4.3.1 FACTOR DE POTENCIA

El factor de potencia es una medida usada para cuantificar que tan resistivo o reactivo es un circuito eléctrico. Se usa en gran medida en el ámbito eléctrico debido a que es una forma efectiva para mejorar la eficiencia energética en los hogares o la industria.

Su funcionamiento es simple, mientras más se acerque a 1 más eficiente energéticamente será. Esto se debe a que las redes resistivas puras presentan el máximo aprovechamiento ($fp=1$) y no tienen un “desperdicio” como lo son las redes capacitivas o inductivas ($fp=0$).

Sus fórmulas son:

$$fp = \frac{P}{S} = \cos(\theta)$$

Nota: Si queremos encontrar el desfase entre voltaje y corriente (θ) de forma rápida, solo deberemos tomar el ángulo de la impedancia total del circuito en forma polar.

4.3.2 TRIÁNGULO DE POTENCIAS

Este término es muy breve y conciso, se trata de una representación gráfica de la relación pitagórica entre las 3 potencias principales y el ángulo de desfase teta. Esto se puede entender e interpretar al observar la Figura 4.20:

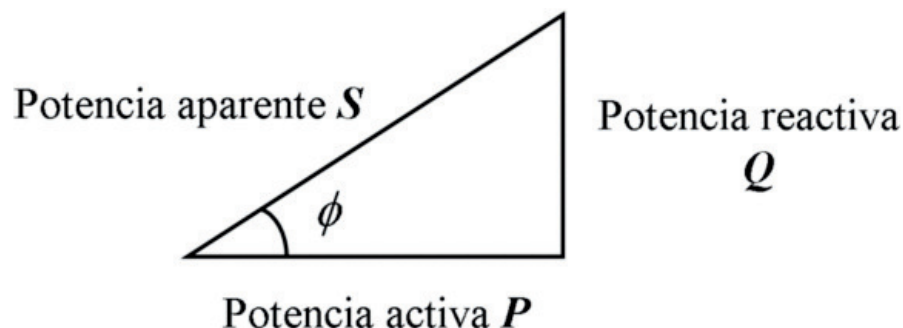


Figura 4.20 [Triángulo de Potencias]

Un factor a considerar es que el triángulo tendrá un ángulo negativo si la carga es más capacitiva, uno positivo si es reactiva y de ser completamente resistiva tendrá un ángulo de cero. De esto dependen las fórmulas antes mencionadas del factor de potencia, el cual cabe mencionar siempre será positivo debido a las propiedades de la función coseno.

4.4 CORRECCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

Como se mencionó con anterioridad, en el mundo de los circuitos eléctricos la potencia reactiva se considera un desperdicio, ya que su consumo es evitable, a continuación explicaremos como se da ese proceso.

Es clave tener en cuenta que en la industria el principal equipo eléctrico que se usa es el motor que está representado en la Figura 4.21, este se compone de varias bobinas que en lenguaje de circuitos se pueden traducir como inductancias a gran escala. Por ello, la potencia reactiva de la mayoría de las instalaciones suele ser del tipo inductiva.

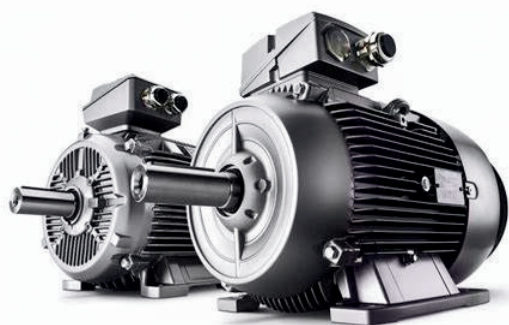


Figura 4.21 [Motores industriales]

Para corregir un factor de potencia es necesario introducir al sistema una carga de potencia reactiva, pero del tipo contrario al que predomina. Si el circuito es inductivo se introducirá una carga capacitiva y viceversa.

La forma de conexión de estos circuitos suele ser en paralelo, esto se debe a 2 factores: la facilidad de conexión en circuitos ya existentes y que no cambia la reactancia parcial que tienen los equipos del circuito y, por lo tanto, su consumo de corriente y el voltaje que les es suministrado permanece constante.

A continuación presentaremos las fórmulas para calcular las especificaciones de los elementos correctivos:

En caso de tener un circuito más inductivo:

$$X_C = \frac{V^2}{Q}$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C}$$

En caso de tener un circuito más capacitivo:

$$X_L = \frac{V^2}{Q}$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f}$$

La potencia reactiva utilizada se determina por el factor de potencia requerido

Ejemplo (Abarca la sección 4.3 y 4.4)

1. Para el circuito de la Figura 4.22:

- Calcule las potencias totales
- Encuentre el factor de potencia, indicando el tipo de circuito.
- Encuentre la reactancia de un elemento correctivo que produzca un $fp=0.9$
- Posteriormente, encontremos su capacitancia o inductancia

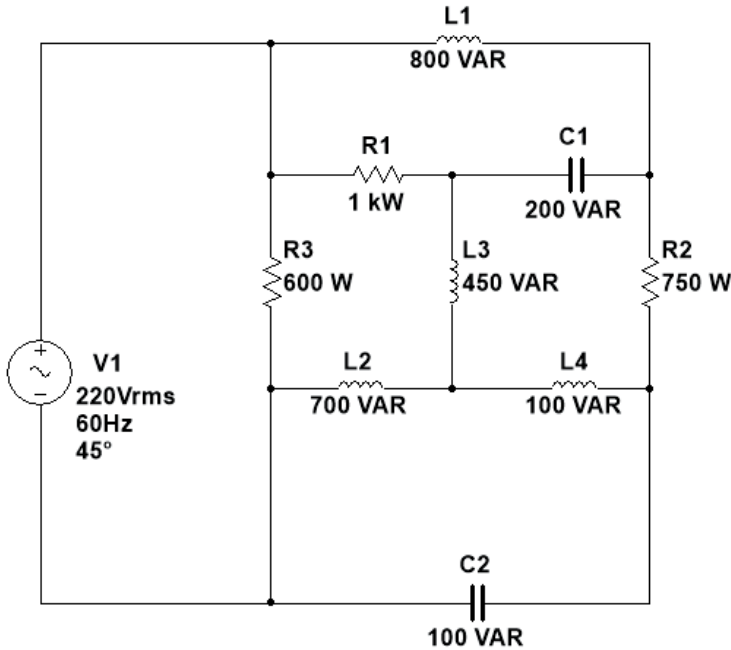


Figura 4.22 [Ejemplo factor de potencia]

Encontramos el factor de potencia

$$fp = \frac{P}{S}$$

$$fp = \frac{2350}{2930} = 0.802$$

Primero determinamos la nueva potencia aparente mediante la misma fórmula

$$fp = \frac{P}{S}$$

$$0.9 = \frac{2350}{S}$$

$$S = \frac{2350}{0.9} = 2611.11 \text{ [VA]}$$

Determinamos las potencias totales mediante la suma de semejantes.

$$P_T = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3}$$

$$P_T = 1000 \text{ W} + 750 \text{ W} + 600 \text{ W}$$

$$P_T = 2350 \text{ [W]}$$

$$Q_T = Q_{L1} + Q_{L2} + Q_{L3} + Q_{L4} - Q_{C1} - Q_{C2}$$

$$Q_L = 800 + 700 + 450 + 100 - 200 - 100$$

$$Q_T = 1750 \text{ [VAR]}$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$

$$S_T = \sqrt{2350^2 + 1750^2}$$

$$S_T = 2930 \text{ [VA]}$$

Determinamos que es un circuito inductivo debido a que su potencia reactiva es positiva

Encontramos la potencia reactiva del elemento correctivo

$$S_C = \sqrt{P_T^2 + Q_C^2}$$

$$Q_C = \sqrt{S_T^2 - P_T^2}$$

$$Q_C = \sqrt{2611.11^2 - 2350^2}$$

$$Q_C = 1138.1569 \text{ [VAR]}$$

323 III Corrección del factor de potencia

Hallamos la reactancia del elemento correctivo

$$X_c = \frac{V^2}{Q}$$

$$X_c = \frac{220^2}{1138.1569} = 42.52 \text{ } [\Omega]$$

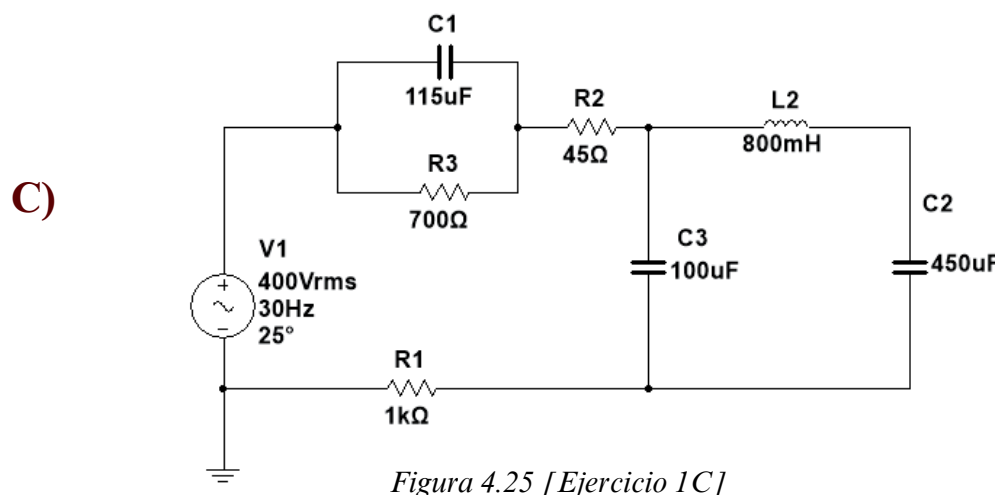
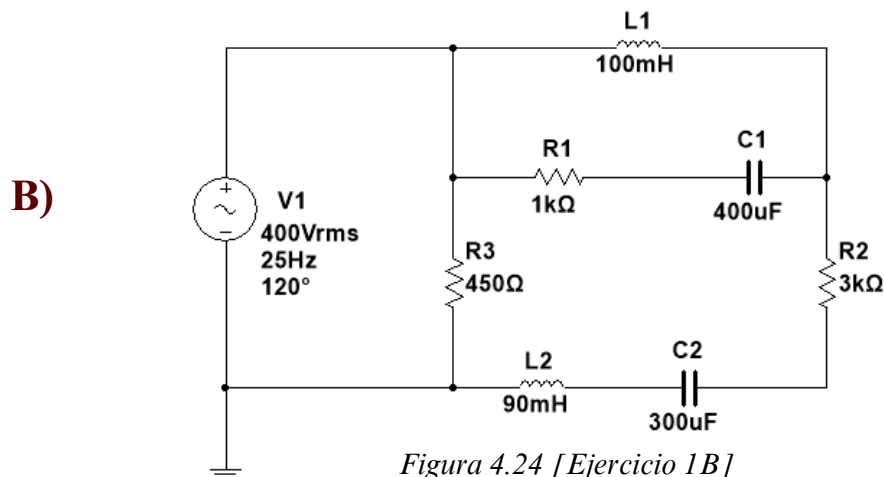
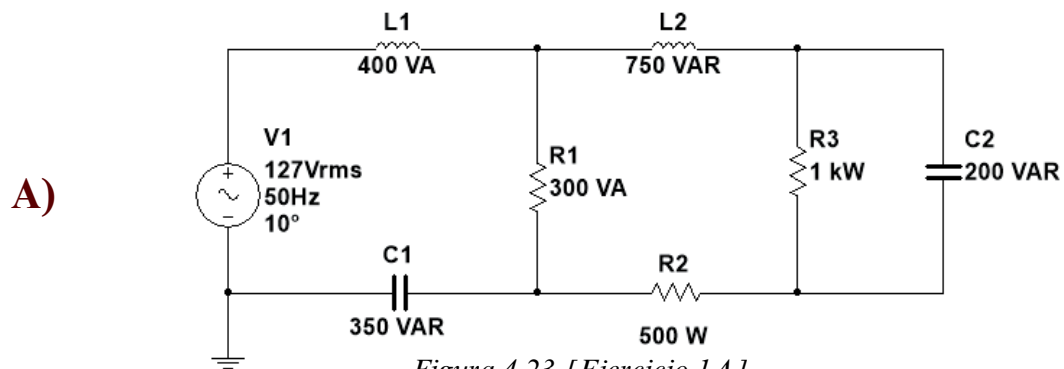
Finalmente, calculamos la capacitancia del elemento

$$C = \frac{1}{2\pi f X_c}$$

$$C = \frac{1}{2\pi * 60 * 42.52} = 62.38 \text{ } [\mu F]$$

1. Para los circuitos de la Figura 4.23 (A), Figura 4.24 (B) y Figura 4.25 (C):

- Determine la potencia aparente, activa y reactiva.
- Grafique el triángulo de impedancias
- Determine el factor de potencia
- Corrija el factor de potencia a 0.9



4.5 MÁXIMA TRANSFERENCIA DE POTENCIA

En un sistema de corriente alterna, la impedancia de la fuente puede ser compleja, con una parte resistiva y una parte reactiva ($Z_s = R_s + jX_s$). En este caso, la impedancia de la carga debe ser el conjugado complejo de la impedancia de la fuente, es decir, que la resistencia de la carga debe ser igual a la resistencia de la fuente ($R_{\text{carga}} = R_s$) y la reactancia de la carga debe ser igual y de signo opuesto a la reactancia de la fuente ($X_{\text{carga}} = -X_s$), entonces, la carga es:

$$Z_{\text{carga}} = (R_s \pm j X_s)$$

Al anular la reactancia de la fuente, se elimina el desfase entre la corriente y el voltaje, es decir, el factor de potencia tiende a 1 ($F_p = 1$) y se optimiza la transferencia de potencia.

Esto no ocurre solo en fuentes, en cargas también puede pasar esta situación, por lo que buscamos que el factor de potencia de la carga sea 1 para obtener la máxima transferencia de potencia.

Teniendo esto en cuenta, haremos que la carga sea una resistencia de Thévenin y una impedancia de Thévenin, una vez obtenido dichos parámetros aplicamos la ecuación para la potencia máxima:

$$P_{\text{max}} = \frac{E_{\text{th}}^2}{4R}$$

R = Valor de la resistencia real de la carga

E_{th} = Voltaje de Thévenin

Ejemplo:

Determine la impedancia del circuito de la Figura 4.26 para que la transferencia de potencia sea la máxima (Obtener la máxima potencia):

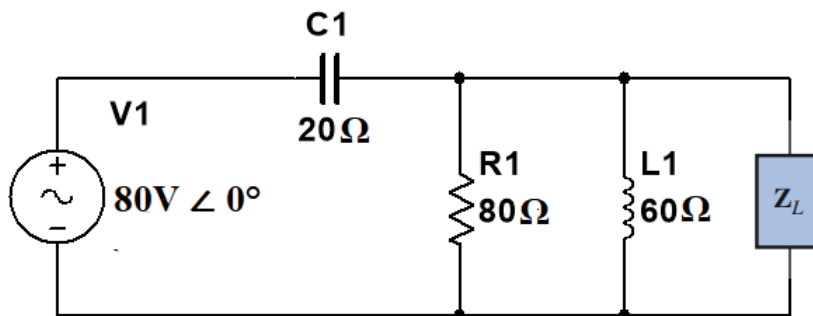


Figura 4.26 [Ejercicio de máxima potencia]

Aplicamos el teorema de Thévenin para cumplir con las especificaciones antes dadas:

325 III Máxima transferencia de potencia

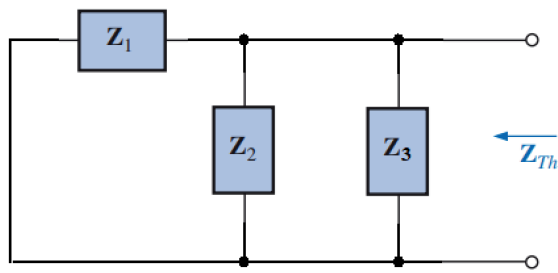


Figura 4.27 [Aplicación de Thévenin]

Calculamos la resistencia de Thévenin realizando obteniendo el valor de la impedancia equivalente que se observa en la Figura 4.27:

$$Z_{th} = 9.86\Omega - j 26.31\Omega$$

Con el valor de la impedancia de Thévenin podemos remplazar todos los componentes anteriores por un solo componente que cumpla con la impedancia de Thévenin, es decir, un resistor de 9.86Ω en serie a un capacitor con una impedancia de 26.31Ω .

$$Z_{carga} = 9.86\Omega - j 26.31\Omega$$

A continuación calculamos el voltaje de Thévenin que está marcado en la Figura 4.28, para después, calcular la potencia máxima:

Podemos utilizar cualquier método para obtener el voltaje de Thévenin:

$$E_{th} = 112.41V \angle 20.56^\circ$$

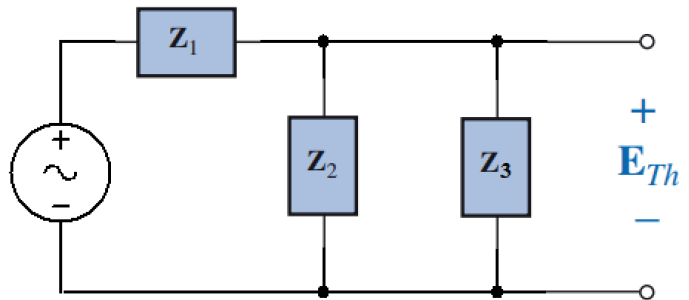


Figura 4.28 [Voltaje de Thévenin]

Con el voltaje obtenido podemos calcular la potencia máxima, hacemos uso de la ecuación:

Formulamos

$$P_{max} = \frac{E_{th}^2}{4R}$$

Remplazamos

$$P_{max} = \frac{(112.41V)^2}{4(9.86\Omega)}$$

Calculamos

$$P_{max} = 320.38 \text{ W}$$

EJERCICIOS

- Para los siguientes circuitos (Figura 4.29 y Figura 4.30), encuentre la impedancia de carga (Z_L) para obtener la potencia máxima:

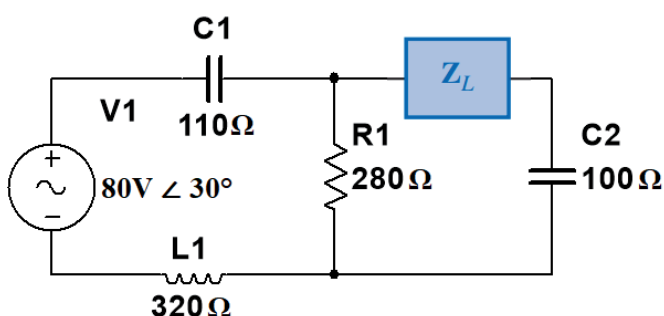


Figura 4.29 [Ejercicio 1 Potencia máxima]

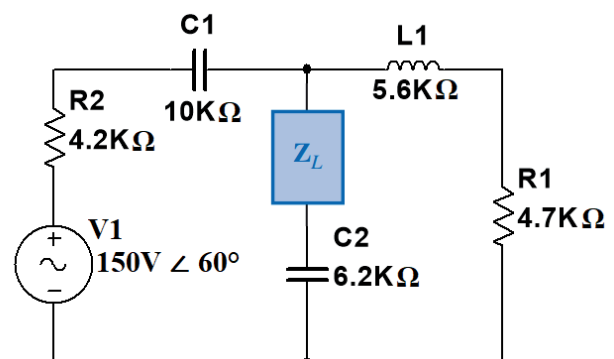


Figura 4.30 [Ejercicio 2 Potencia máxima]