

UNIDAD

2

**ANÁLISIS DE
CIRCUITOS EN
CORRIENTE
CONTINUA**

<https://doi.org/10.17163/abyaups.140.2>

2.1

NODOS, TRAYECTORIAS, LAZOS Y RAMAS

A continuación, entraremos en detalle en cuatro conceptos necesarios para entender la gran mayoría de conceptos de la electricidad que son base para ubicar las diferentes partes de los circuitos eléctricos y ayudarse para entender su funcionamiento mediante sus tecnicismos.

2.1.1 EL NODO ELÉCTRICO

Con la Figura 2.1, Figura 2.2, Figura 2.3 y Figura 2.4 tenemos el siguiente concepto:

Se refiere a un punto en el que 2 o más elementos se unen entre sí.

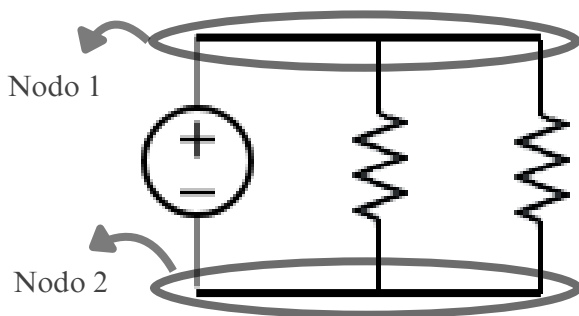


Figura 2.1

[Representación de nodos 1]

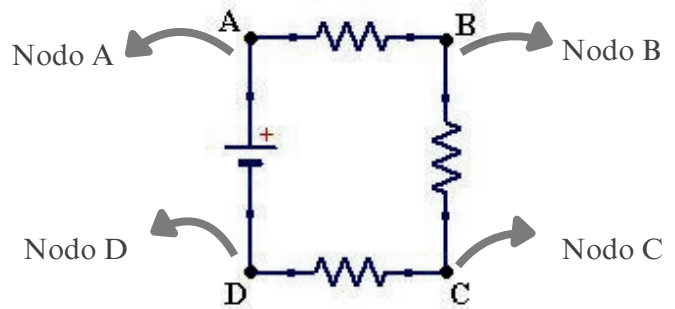


Figura 2.2

[Representación de nodos 2]

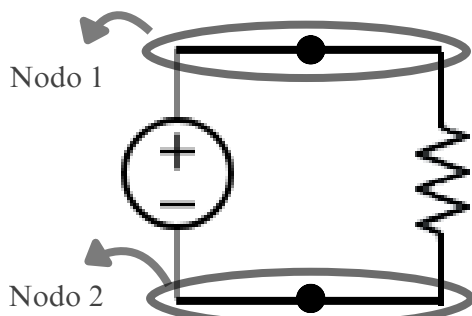


Figura 2.3

[Representación de nodos 3]

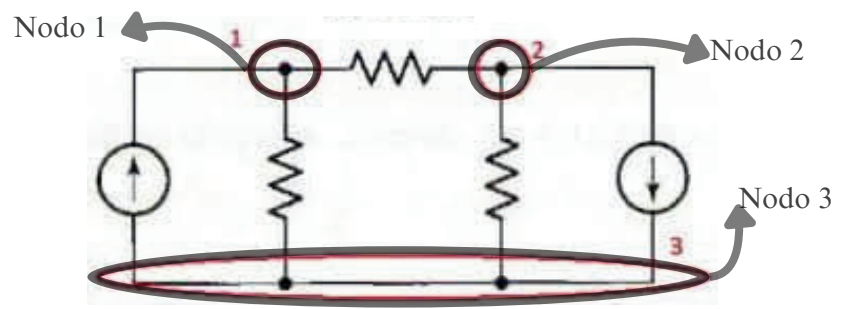


Figura 2.4

[Representación de nodos 4]

En este rango entra cualquier tipo de elemento: fuentes, resistores, capacitores, etc. Como vemos en las Figuras 2.5 y 2.6 (las cuales representan el mismo circuito), al converger todos los elementos en un mismo punto, esto crea un nodo.

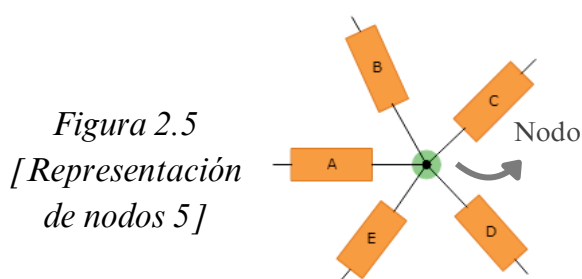


Figura 2.5

[Representación de nodos 5]

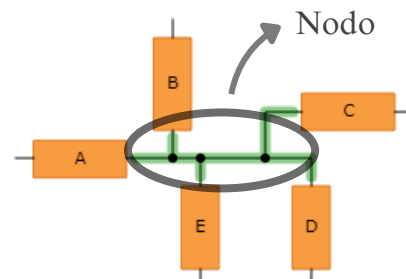


Figura 2.6

[Representación de nodos 6]

2.1.3 LAZOS

Se refiere a cualquier recorrido cerrado dentro del circuito que comienza y termina en el mismo nodo, pasando por una serie de componentes sin levantar el "lápiz". En términos más sencillos, es un camino que vuelve al punto de partida sin cruzar ningún nodo más de una vez.

Los lazos son similares a los nodos, pero difieren en que estos inician y terminan en el mismo nodo. Formando así trayectorias cerradas dentro del circuito, esto se observa mejor en la Figura 2.11 en la que se encuentran 3 lazos (I, II, III) y los nodos que están marcados con rojo es donde inicia y termina cada lazo.

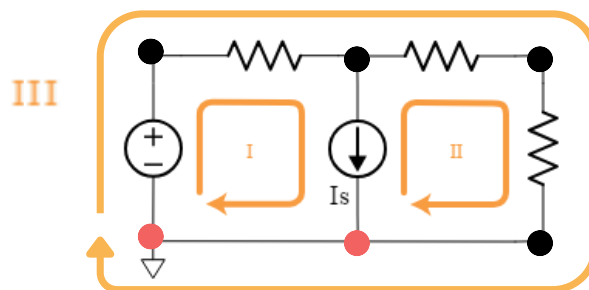


Figura 2.11 [Representación de lazos 1]

En un circuito se pueden formar varios lazos, y dentro de estos lazos pueden existir sublaços, como se muestra en la Figura 2.12. Cada lazo debe cumplir la condición de ser un camino que regresa al punto de partida sin atravesar ningún nodo más de una vez.

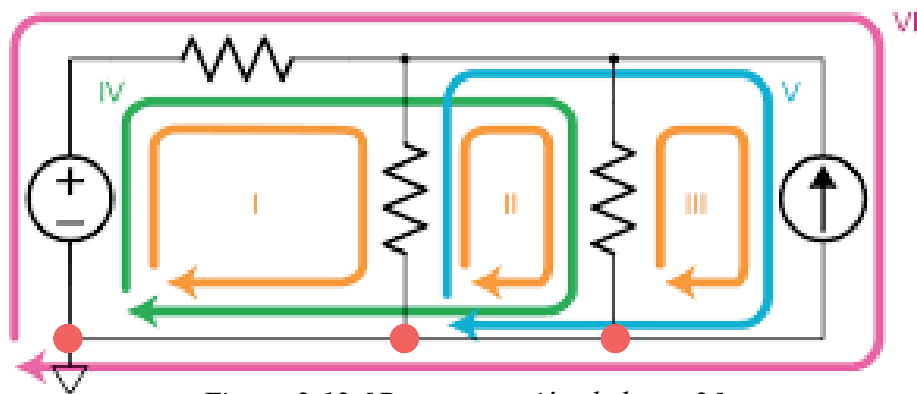


Figura 2.12 [Representación de lazos 2]

Mallas

Es un tipo específico de lazo en un circuito eléctrico. Mientras que un lazo es cualquier camino cerrado dentro del circuito, una malla es un lazo particular que no contiene otros lazos dentro de él. En otras palabras, una malla es el camino cerrado más simple, formado por componentes del circuito sin subdivisiones internas.

47 III Nodos, trayectorias, lazos y ramas

La relación entre una malla y un lazo en un circuito eléctrico es que todas las mallas son lazos, pero no todos los lazos son mallas. Una malla es un camino cerrado que no contiene otras mallas o lazos dentro de sí. En la Figura 2.13 podemos ver dos mallas.

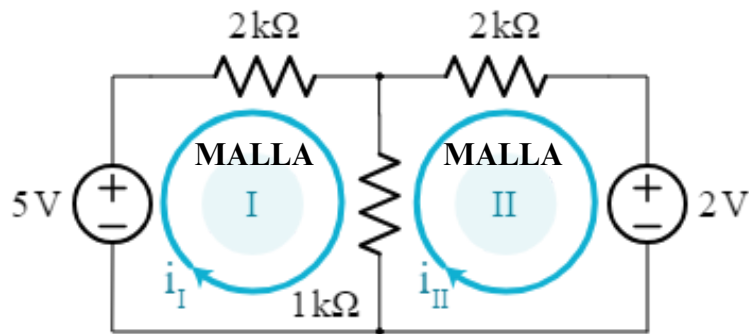


Figura 2.13 [Representación de una malla]

Las mallas son limitadas por las conexiones del circuito no se pueden hacer combinaciones, es decir, están aislados una de la otra y lo vemos en las Figuras 2.14 y 2.15.

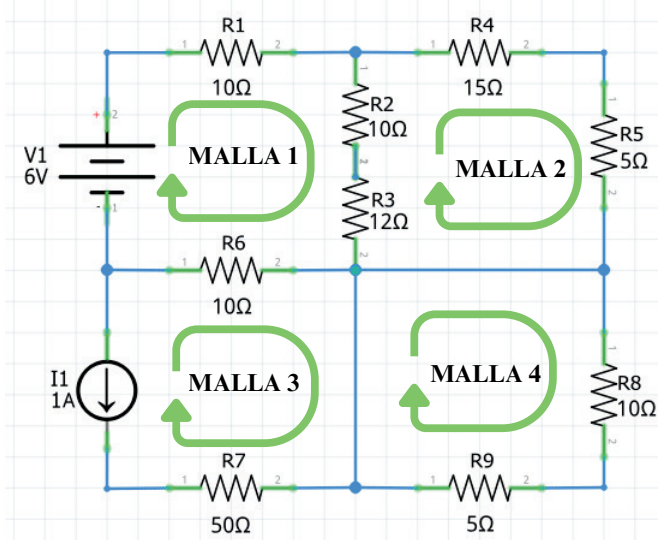


Figura 2.14 [Representación de dos mallas]

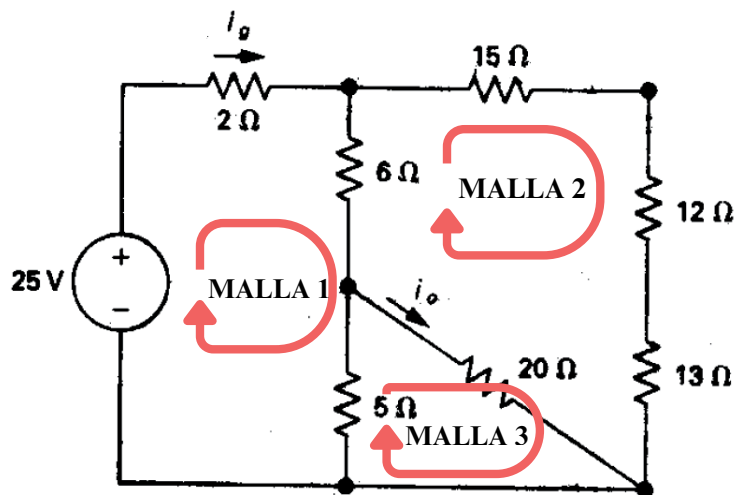


Figura 2.15 [Representación de tres mallas]

2.1.4 RAMAS

Es cualquier parte del circuito que conecta dos nodos y contiene uno o más elementos del circuito (Figura 2.16). Básicamente, es un tramo del circuito que transporta la misma corriente a lo largo de su recorrido.

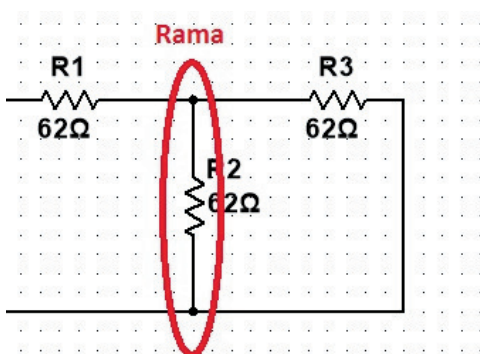


Figura 2.16 [Representación de una rama]

Si queremos el número de ramas partiendo de los nodos que une a dos o más elementos, es decir, el número de ramas totales en el circuito (como en la Figura 2.17), sin excepción, solo bastaría con contar cada elemento por el que está compuesto el circuito (Figura 2.18).

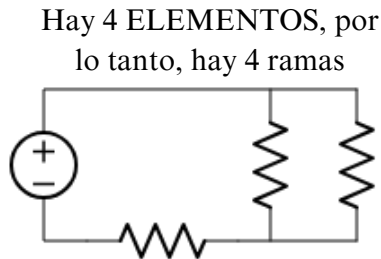


Figura 2.17 [Circuito mixto demostrativo]

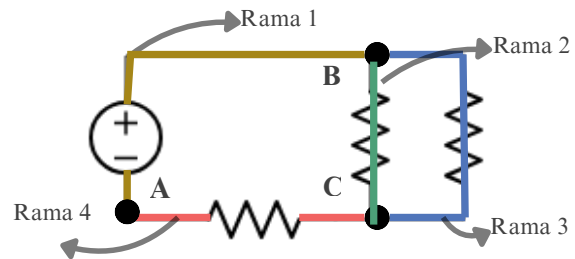


Figura 2.18 [Las ramas en el circuito demostrativo]

Pero se puede simplificar el número de ramas (Figura 2.19) porque la rama 1 y la rama 4 tendrán la misma corriente, es decir, si queremos el número de ramas simplificadas solo tomamos de referencia a los nodos que unen tres o más elementos. Si un nodo une solo dos elementos, por esos dos elementos habrá la misma corriente al igual que sus ramas.

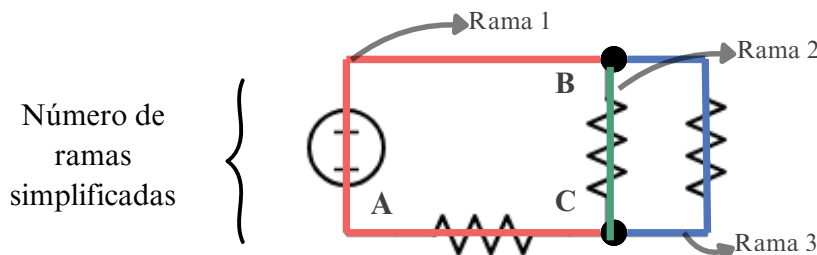


Figura 2.19 [Simplificación de las ramas]

El nodo A vemos que une a la fuente y resistor (solo dos elementos), entonces tendrán la misma Intensidad de corriente $[I]$, entonces sus dos ramas se volverán una sola.

Entonces, para que sea una rama debe estar conectado a dos nodos consecutivos, también que abarquen uno o más elementos de un circuito y todos los elementos que estén en esa rama deben tener la misma corriente, es decir, deben estar en una conexión en serie (terminología que se verá más adelante).

Otro ejemplo, podemos verlo en la Figura 2.20:

Número de ramas totales:

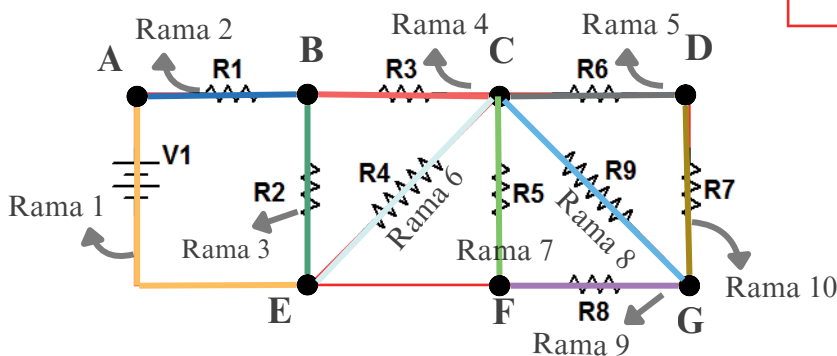


Figura 2.21 [Todas las ramas del segundo circuito]

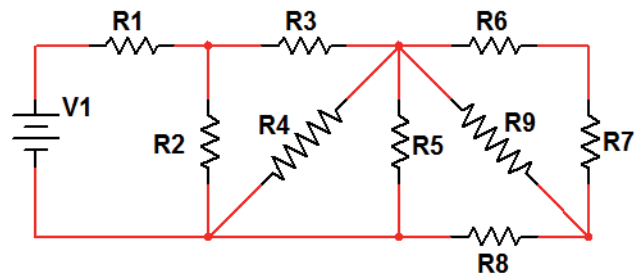


Figura 2.20

[Segundo circuito demostrativo]

Hay 10 ELEMENTOS, por lo tanto, hay 10 ramas en total, en la Figura 2.21 vemos identificadas cada una de ellas.

Número de ramas simplificadas:

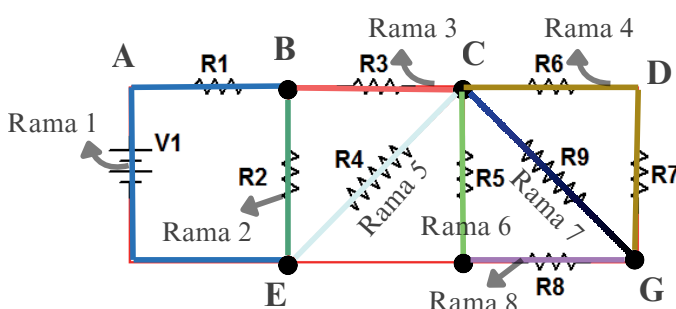


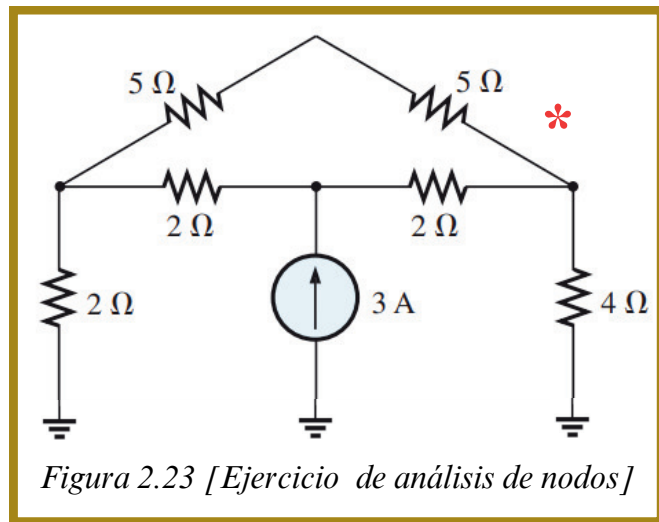
Figura 2.22 [Ramas simplificadas del segundo circuito]

Al simplificar quedarían 8 ramas como vemos en la Figura 2.22.

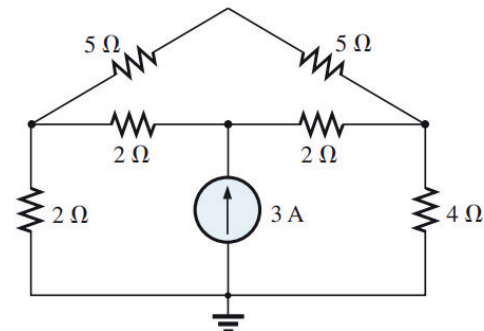
Notemos que el nodo A une solo dos elementos $V1$ y $R1$, por ende, $V1$ y $R1$ tendrá la misma corriente y sus ramas igual, es decir, se puede unificar en una sola rama. Lo mismo sucede con el nodo D que une a $R6$ y $R7$, donde tendrán la misma corriente y unificamos sus ramas.

Ejemplos:

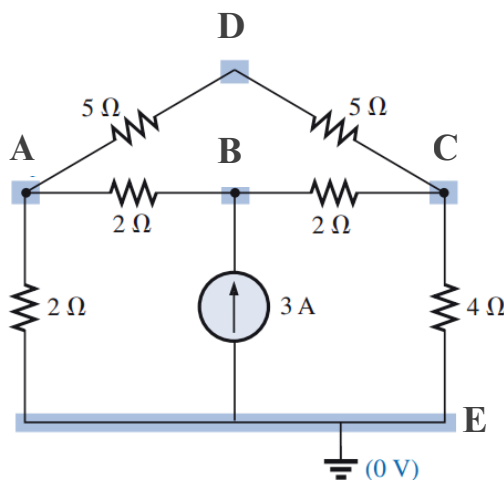
- Para el siguiente circuito (Figura 2.23) identifique todos los nodos y ramas (sin simplificar) e indique al menos 5 trayectorias y 5 lazos diferentes.



Como vimos en la sección 1.5.7, las tres tierras son una misma, entonces los elementos conectados a esa tierra estarán conectados entre sí, llegando al esquema de la Figura 2.24.



Para encontrar los **nodos** nos apoyaremos del concepto antes mencionado, encontrando todos los puntos en donde se unen 2 o más elementos y remarcándolos para identificarlos, siendo estos A, B, C, D y E. Cabe recalcar que toda la línea inferior (Nodo E) forma un solo nodo al que se le denomina referencia quedando el circuito de la Figura 2.24.

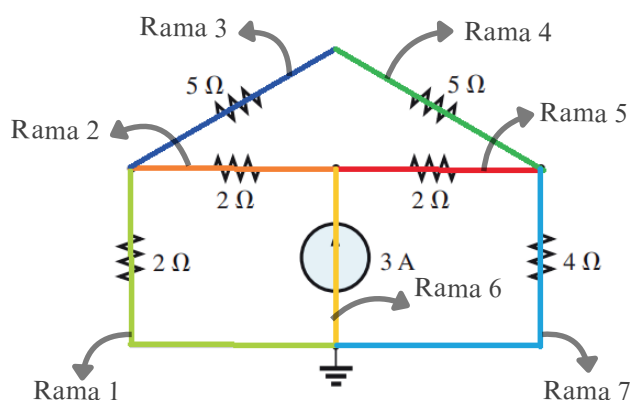


**Existen en total
5 nodos**

Figura 2.25

[Visualización de nodos]

Encontramos las **ramas** (sin simplificar) por el método explicado anteriormente, contamos el número de elementos que son 7 y los identificamos en el circuito (Figura 2.26).



Hay 7 ELEMENTOS, por lo tanto, hay 7 ramas en total.

Para los **lazos**, un punto a tomar en cuenta es que un lazo recorrerá una sola vez un nodo que esté en su camino. Para la Figura 2.27, L1 es un camino que atraviesa una sola vez a los nodos A, B, C, y D. Con estas ideas nos harán más fácil identificar 5 lazos diferentes: L1, L2, L3, L4 y L5, aunque debemos considerar que la cantidad de lazos variará de acuerdo a la vía que tomen, dándonos varias combinaciones, por ejemplo, las siguientes:

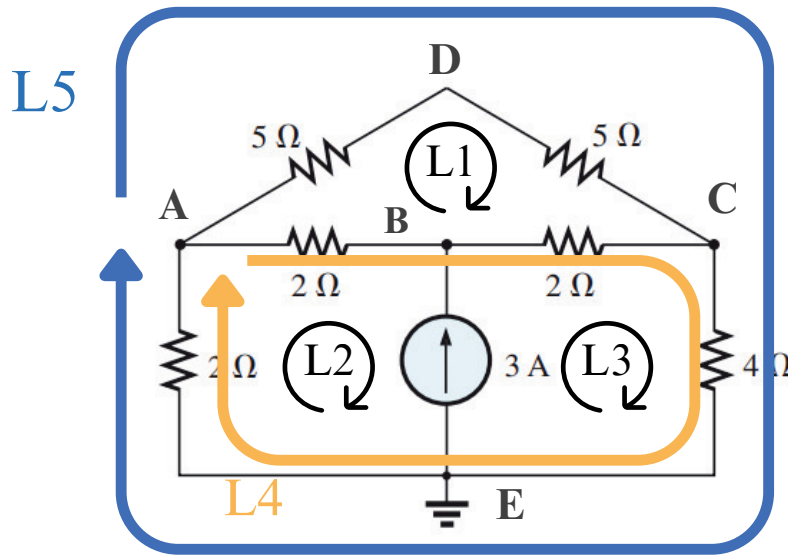


Figura 2.27

[Visualización de los lazos]

L1: Pasará una sola vez por los nodos A,B,C,D

L2: Pasará una sola vez por los nodos A,B,E

L3: Pasará una sola vez por los nodos B,C,E

L4: Pasará una sola vez por los nodos A,B,C,E

L5: Pasará una sola vez por los nodos A,C,D,E

Para finalizar, localizamos 5 diferentes trayectorias creando caminos para llegar de un nodo a otro, y tomando en cuenta que ninguno de estos se repita. Como vemos hay un gran número de trayectorias posibles como el de la Figura 2.28 o la Figura 2.29, pero en circuitos más complejos contabilizar las trayectorias se vuelve muy inusual.

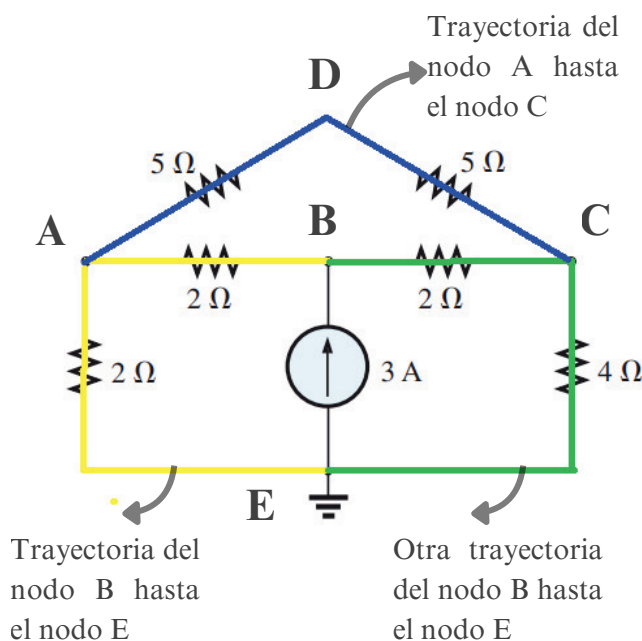


Figura 2.28

[Visualización del primer trayecto]

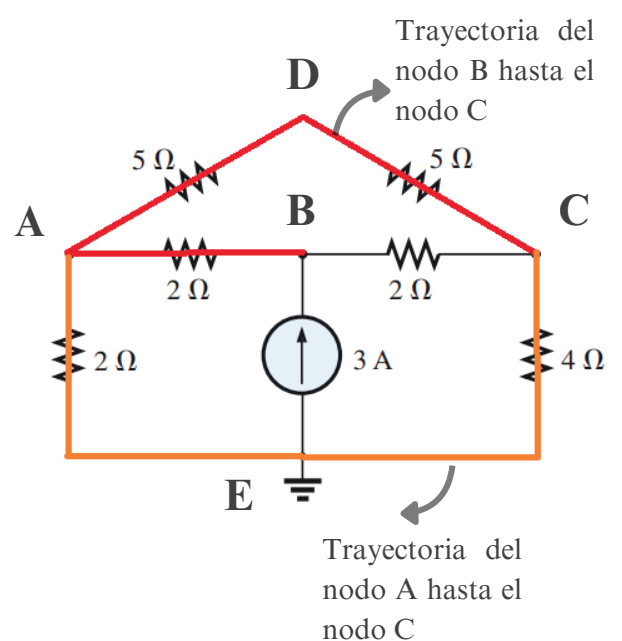


Figura 2.29

[Visualización del segundo trayecto]

51 III Nodos, trayectorias, lazos y ramas

- Para la Figura 2.30, Figura 2.31, Figura 2.32 y la Figura 2.33; identifique todos los nodos y todas las mallas.

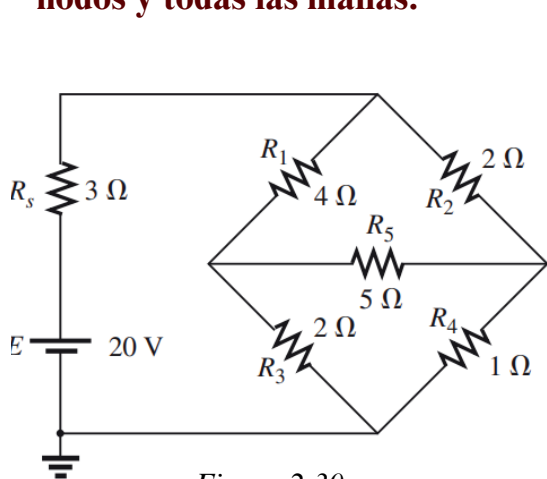


Figura 2.30
[Esquema 1]

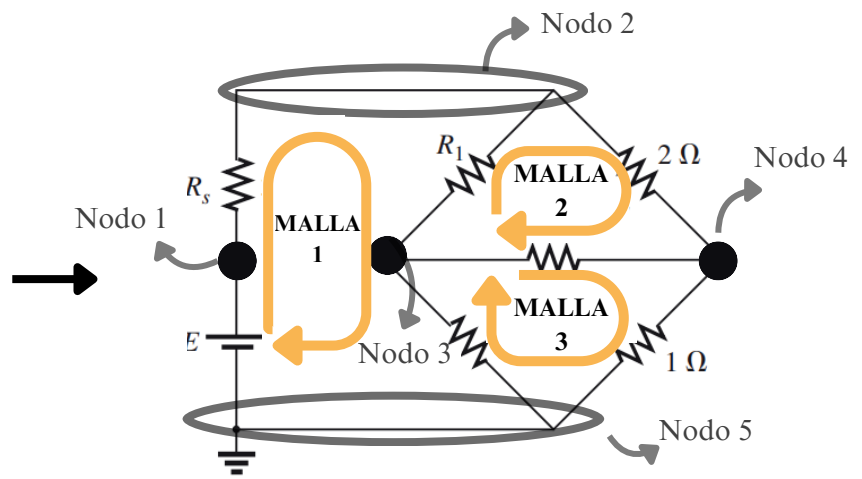


Figura 2.31
[Análisis del esquema 1]

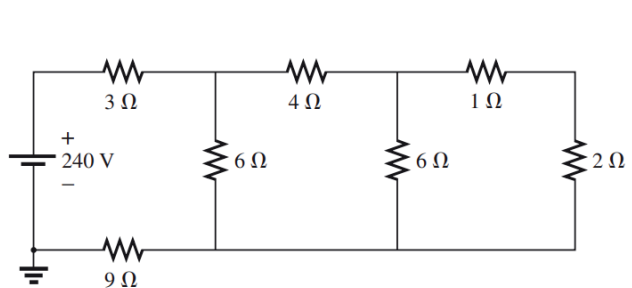


Figura 2.32
[Esquema 2]

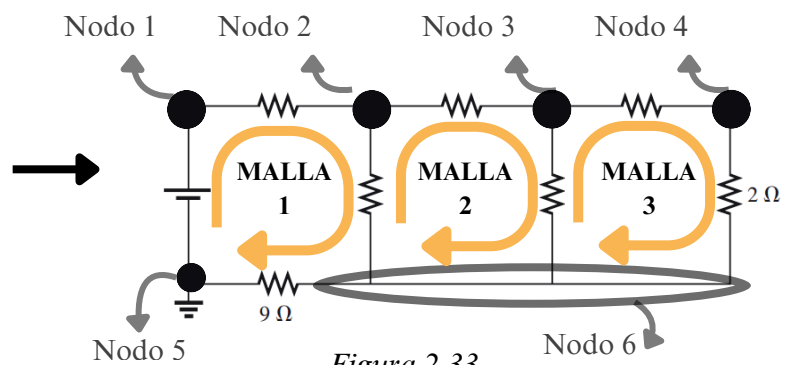
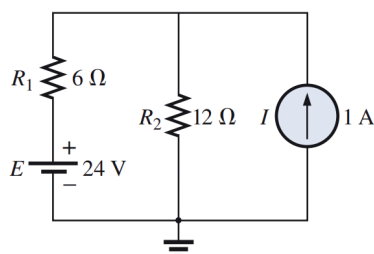


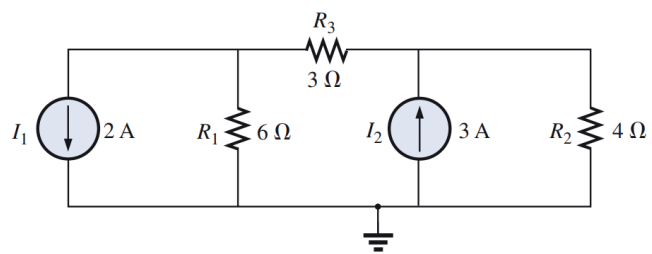
Figura 2.33
[Análisis del esquema 2]

EJERCICIOS

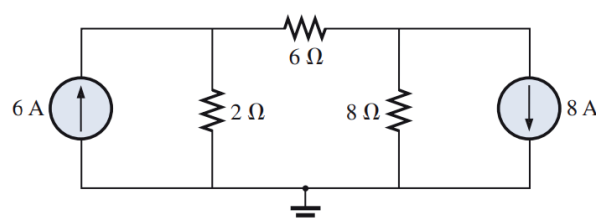
- Para los ejercicios 1-3, identifique TODOS los nodos, lazos y ramas y señale 3 de sus trayectorias y lazos.



Ejercicio 1
[Nodos, lazos, trayectorias y ramas]



Ejercicio 2
[Nodos, lazos, trayectorias y ramas]



Ejercicio 3
[Nodos, lazos, trayectorias y ramas]

2.2 LEY DE OHM

Describe la relación entre el voltaje, intensidad y resistencia en un circuito eléctrico o electrónico, pues la ley de ohm establece que **la corriente (I) es directamente proporcional al voltaje aplicado (V) e inversamente proporcional a la resistencia del circuito (R)**. En otras palabras, si aumentas el voltaje (V), la corriente aumenta (I) , y si aumentas la resistencia (R), la corriente disminuye (I), llegando a la siguiente ecuación:

$$I = \frac{V}{R}$$

V= Tensión o voltaje (voltios [V])

R = Resistencia (ohms [Ω])

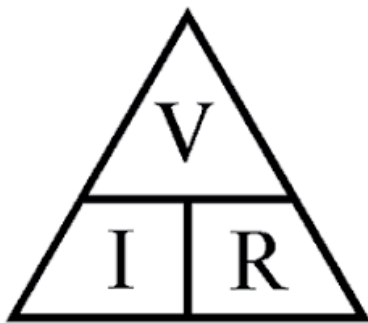
I= Intensidad de la corriente eléctrica (Amperios [A])

Al aplicar principios algebraicos a la ecuación de ohm, podremos obtener:

$$V = I * R$$

$$R = \frac{V}{I}$$

Para facilitar el manejo de la ley de ohm utilizaremos el triángulo de la ley de ohm, dicho triángulo nos entrega la ecuación a utilizar al "tapar con nuestra mano la magnitud a encontrar", de la siguiente manera:



- Si "tapamos" el voltaje (V), obtenemos que este es igual a $(I) \cdot (R)$, es decir, intensidad por resistencia.
- Ahora, si "tapamos" la intensidad (I), obtenemos que este es igual a $(V)/(R)$, es decir, voltaje sobre resistencia.
- Al "tapar" la resistencia (R), obtenemos que este es igual a $(V)/(I)$, es decir, voltaje sobre intensidad.

Después de utilizar cualquier ecuación recuerda recalcar el símbolo de la magnitud analizada, es decir, voltaje (V), intensidad (A), resistencia (Ω).

Ejemplos:

- Determinar el voltaje de la fuente “E” de la Figura 2.34, si se sabe que está conectada con una resistencia de $10\ \Omega$ y a través de ella pasan 4 A :

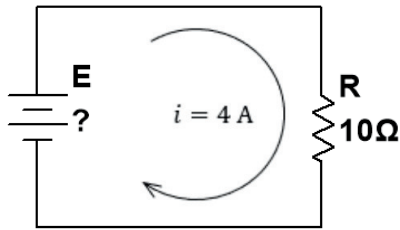


Figura 2.34 [Ejemplo 1]

Datos:

$$I = 4\text{ A}$$

$$R = 10\ \Omega$$

Ecuación a usar:

$$V = I * R$$

Al remplazar los datos en la ecuación obtenemos:

$$V = 4\text{ A} \cdot 10\ \Omega$$

$$V = 40\text{ V}$$

$$E = 40\text{ V}$$

- En la Figura 2.35 se encuentra conectado un resistor de $8\ \Omega$ a una fuente de voltaje de 50 V . Calcular la corriente que fluye por dicha resistencia.

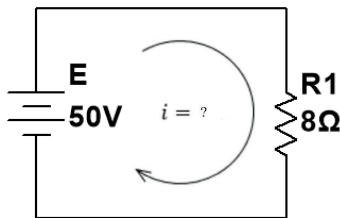


Figura 2.35 [Ejemplo 2]

Datos:

$$V = 50\text{ V}$$

$$R = 8\ \Omega$$

Ecuación a usar:

$$I = \frac{V}{R}$$

Al remplazar los datos en la ecuación obtenemos:

$$I = 50\text{ V} / 8\ \Omega$$

$$I = 6.25\text{ A}$$

- Calcular el valor de la resistencia que se encuentra conectada una fuente de 125 mA , el voltaje de la resistencia es 25 V , como se muestra en la Figura 2.36:

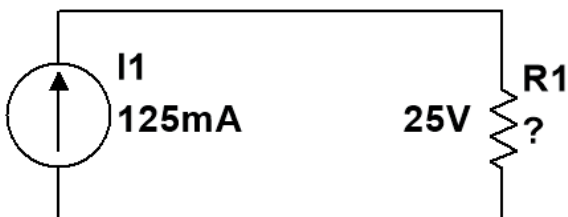


Figura 2.36 [Ejemplo 3]

Datos:

$$I = 125\text{ mA}$$

$$V = 25\text{ V}$$

Ecuación a usar:

$$R = \frac{V}{I}$$

Al remplazar los datos en la ecuación obtenemos:

$$R = 25\text{ V} / 125\text{ mA}$$

$$R = 200\ \Omega$$

- Cuál es el valor de la fuente de corriente que está en la Figura 2.37, si se tiene una resistencia de $4.6\text{ k}\Omega$ con un voltaje en la misma de 120 V conectada a dicha fuente:



Figura 2.37 [Ejemplo 4]

Datos:

$$R = 4.6\text{ k}\Omega$$

$$V = 120\text{ V}$$

Ecuación a usar:

$$I = \frac{V}{R}$$

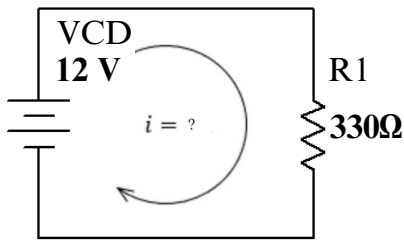
Al remplazar los datos en la ecuación obtenemos:

$$I = 120\text{ V} / 4.6\text{ k}\Omega$$

$$I = 26.087\text{ mA}$$

- Calcular la intensidad que fluye a través de un resistor de 330Ω conectada a una fuente de $12V$ al igual que en la Figura 2.38, luego se cambia el valor de la resistencia por una de $10k\Omega$ como en la Figura 2.39, compare los valores de la corriente y explique lo ocurrido.

Figura 2.38 [Ejemplo 5.1]



Ecuación a usar:

$$I = \frac{V}{R}$$

Datos:

V= 12V

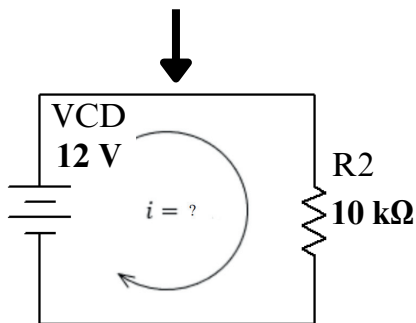
R1=330 Ω

Al remplazar los datos en la ecuación obtenemos:

$$I = 12 \text{ V} / 330 \Omega$$

$$I = 36.4 \text{ mA}$$

Al momento de aumentar la resistencia en el circuito la corriente disminuye.



Datos:

V= 12V

R2=10 kΩ

Al remplazar los datos en la ecuación obtenemos:

$$I = 12 \text{ V} / 10000 \Omega$$

$$I = 1.2 \text{ mA}$$

Figura 2.39 [Ejemplo 5.2]

- Se conecta una fuente de $22V$ a un resistor de 530Ω como se muestra en la Figura 2.40.

Determine la corriente que fluye a través del resistor, justifique su respuesta.

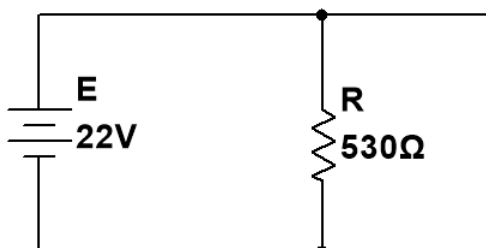


Figura 2.40 [Ejemplo 6]

Esto se llama cortocircuito, donde la corriente no pasará por el resistor, entonces:

$$I=0A$$

Entonces, también el voltaje de la resistencia también valdrá 0. (V=0V)

EJERCICIOS

- Por un resistor fluyen $60mA$, además, se sabe que en el mismo resistor existen $20V$. ¿Cuál es el valor del resistor?
- Determina el valor de la resistencia que se obtiene de un circuito de 110 V , y a su vez pasa una corriente de 3 A .
- Por un resistor de $3.9k\Omega$ pasan 5 voltios. ¿Cuál es la corriente que atraviesa al resistor?

2.3 LEY DE JOULE

Establece que el calor generado por una corriente eléctrica que fluye a través de un conductor es directamente proporcional al cuadrado de la corriente, a la resistencia del conductor.

$$P = I^2 \cdot R$$

P= Potencia eléctrica (vatios o watts [W])

R = Resistencia (ohm [Ω])

I= Intensidad de la corriente eléctrica (Amperios [A])

Al aplicar principios algebraicos, podremos obtener:

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

$$R = \frac{P}{I^2}$$

La potencia indica cuánta energía se disipa con la resistencia por unidad de tiempo, pero si deseamos saber cuánta energía consume en una cantidad de tiempo determinada, debemos aplicar la ecuación de la sección 1.3.4 $E = P \cdot t$, donde $P = I^2 \cdot R$

$$E = I^2 \cdot R \cdot t$$

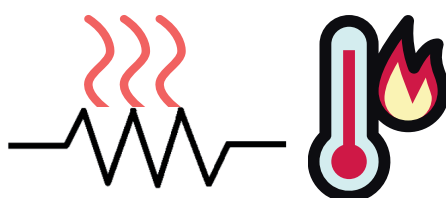
E= Energía consumida (Joules [J])

R = Resistencia (ohms [Ω])

I= Intensidad de la corriente eléctrica (Amperios [A])

t= tiempo (segundos [s])

Para calcular la potencia de los resistores usamos la fórmula ya explicada, pero **empleamos la intensidad de corriente que pasa por ese resistor**, así obtenemos la potencia que consume tal elemento. Porque cuando una corriente eléctrica pasa a través de un resistor, parte de la energía eléctrica se disipa en forma de calor debido a la resistencia que el elemento ofrece.



También podemos conocer cuanta potencia consume un resistor sabiendo su voltaje y corriente, aplicando la ecuación de la sección $P = V \cdot I$, pero el voltaje y la corriente con la que se va a calcular es exclusivamente solo del elemento que queremos analizar, supongamos que tenemos una fuente de voltaje que alimenta con 25V y 3A a un circuito de muchos resistores, pero solo tomamos un resistor para analizar y tendrá 4V y 1A, entonces si deseamos saber cuánta potencia consume específicamente esa resistencia hacemos los cálculos con 4V y 1A que es el voltaje y corriente que llegan a ese resistor, pero si usamos 25V y 3A estaríamos sacando la potencia de la fuente, es decir, la potencia que consume todo el circuito y no la que consume solo la resistencia.

Potencia de la resistencia = Voltaje de la resistencia · Intensidad de la corriente de la resistencia

$$P_{Resistencia} = V_{Resistencia} \cdot I_{Resistencia}$$

$$P_R = V_R \cdot I_R$$

A partir de la ley de ohm podemos obtener la primera ecuación explicada en esta sección y también podemos obtener una ecuación que dependa del voltaje y la resistencia.

$P_R = V_R \cdot I_R$ donde $I_R = \frac{V_R}{R}$, entonces reemplazando obtenemos:

$$P_R = V_R \cdot \frac{V_R}{R} \rightarrow P_R = \frac{V_R^2}{R}$$

$$P_R = \frac{V_R^2}{R} \rightarrow \begin{array}{|l} V_R = \sqrt{P_R \cdot R} \\ R = \frac{V_R^2}{P_R} \end{array}$$

$P_R = V_R \cdot I_R$ donde $V_R = I_R \cdot R$, entonces reemplazando obtenemos:

$$P_R = I_R \cdot R \cdot I_R \rightarrow P_R = I_R^2 \cdot R$$

$$P_R = I_R^2 \cdot R \rightarrow \begin{array}{|l} I_R = \sqrt{\frac{P_R}{R}} \\ R = \frac{P_R}{I_R^2} \end{array}$$

Si deseamos saber cuánta energía se consumirá en un tiempo determinado simplemente aplicamos la fórmula antes explicada $E = P \cdot t$

Ejemplos con la fórmula principal: $P = I^2 * R$

- Un resistor de $10\ \Omega$ está conectado a una fuente de voltaje de 20 V como se ve en la Figura 2.41. Calcula la corriente que pasa a través del resistor y la potencia que disipa.

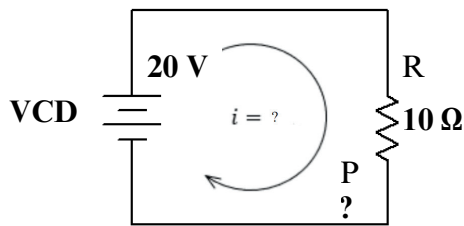


Figura 2.41 [Ejemplo 1]

Al ser una sola resistencia, entonces tendrá el mismo voltaje y corriente de la fuente.

Datos:
 $V = 20\text{ V}$
 $R = 10\ \Omega$

Calculamos la corriente con la ley de ohm

$$I = \frac{V}{R} = \frac{20\text{ V}}{10\ \Omega} = 2\text{ A}$$

Calculamos la potencia que disipa el resistor

$$P = I^2 * R = (2\text{ A})^2 * 10\ \Omega = 40\text{ W}$$

- Un resistor de $5\ \Omega$ disipa 45 W de potencia, siguiendo el circuito de la Figura 2.42. Calcula la corriente que pasa a través del resistor y el voltaje aplicado.

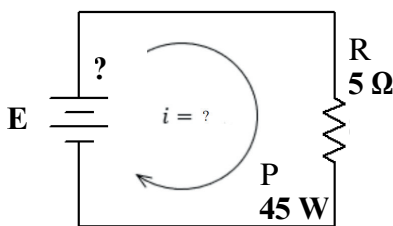


Figura 2.42 [Ejemplo 2]

Datos:
 $P = 45\text{ W}$
 $R = 5\ \Omega$

Calculamos la corriente

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{45\text{ W}}{5\ \Omega}} = \sqrt{9\text{ A}^2} = 3\text{ A}$$

Calculamos el voltaje usando la Ley de Ohm

$$V = I * R = 3\text{ A} * 5\ \Omega = 15\text{ V}$$

- Un resistor en un circuito (Figura 2.43) consume 100 W de potencia cuando circula una corriente de 4 A . Calcula la resistencia del resistor.

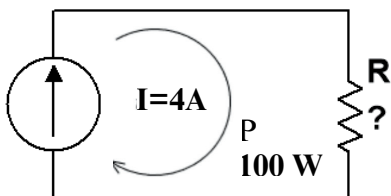


Figura 2.43 [Ejemplo 3]

Datos:
 $W = 100\text{ W}$
 $I = 4\text{ A}$

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{100\text{ W}}{(4\text{ A})^2} = \frac{100\text{ W}}{16\text{ A}^2} = 6.25\ \Omega$$

- Un resistor de $8\ \Omega$ es recorrido por una corriente de 3 A como se ve en la Figura 2.44. Calcula la potencia disipada en el resistor. Calcular la energía que disipa la resistencia en 13 s .

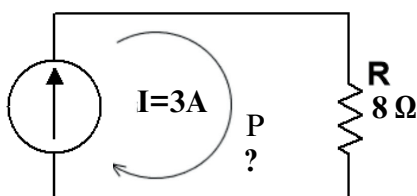


Figura 2.44 [Ejemplo 4]

Datos:
 $I = 3\text{ A}$
 $R = 8\ \Omega$

Calculamos la potencia que disipa el resistor

$$P = I^2 * R = (3\text{ A})^2 * 8\ \Omega = 9\text{ A}^2 * 8\ \Omega = 72\text{ W}$$

Calculamos la energía disipada en 13 s

$$E = P * t = 72\text{ W} * 13\text{ s} = 936\text{ J}$$

Ejemplos con las fórmula secundarias: $P = V \cdot I$

- En la Figura 2.45, tenemos un resistor de 25Ω que está conectado a una fuente de voltaje de 15 V . Calcula la potencia y la corriente que tiene dicho resistor.

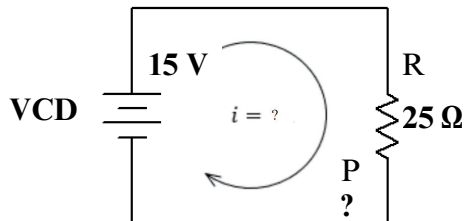


Figura 2.45 [Ejemplo 5]

Datos:

$V = 15 \text{ V}$

$R = 25 \Omega$

Calculamos la potencia que disipa el resistor

$$P_R = \frac{V_R^2}{R} = \frac{15^2 \text{ V}^2}{25 \Omega} = 9 \text{ W}$$

Calculamos la corriente, a partir de $P = V \cdot I$

$$I_R = \frac{P_R}{V_R} = \frac{9 \text{ W}}{15 \text{ V}} = 0,6 \text{ A}$$

- Una fuente de 5 V está conectado directamente a una resistencia cuya corriente es 2 A como vemos en la Figura 2.46. Calcular la energía que disipa la resistencia en 30 s .

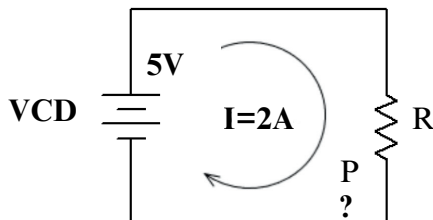


Figura 2.46 [Ejemplo 6]

Datos:

$V = 5 \text{ V}$

$I = 2 \text{ A}$

Calculamos la potencia que disipa el resistor

$$P_R = V_R \cdot I_R = 5 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = 10 \text{ W}$$

Calculamos la energía disipada en 30 s

$$E = P_R \cdot t = 10 \text{ W} \cdot 30 \text{ s} = 300 \text{ J}$$

- Calcular la potencia que disipa cada resistencia del esquema que se ve en la Figura 2.47 y calcular la potencia total que disipan las resistencias.

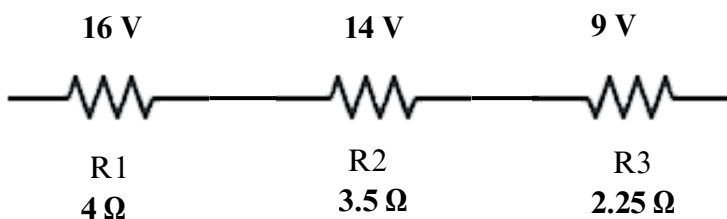


Figura 2.47 [Ejemplo 7]

Datos:

$V_1 = 16 \text{ V}$

$V_2 = 14 \text{ V}$

$V_3 = 9 \text{ V}$

$R_1 = 4 \Omega$

$R_2 = 3.5 \Omega$

$R_3 = 2.25 \Omega$

$$P_{R1} = \frac{V_{R1}^2}{R} = \frac{16^2 \text{ V}^2}{4 \Omega} = 64 \text{ W}$$

$$P_{R2} = \frac{V_{R2}^2}{R} = \frac{14^2 \text{ V}^2}{3.5 \Omega} = 56 \text{ W}$$

$$P_{R3} = \frac{V_{R3}^2}{R} = \frac{9^2 \text{ V}^2}{2.25 \Omega} = 36 \text{ W}$$

$$P_t = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3}$$

$$P_t = 64 \text{ W} + 56 \text{ W} + 36 \text{ W} = 156 \text{ W}$$

59 III Ley de Joule

- Calcular la potencia que disipa cada resistencia del esquema (Figura 2.48) sabiendo la intensidad de corriente eléctrica de cada una. También calcular la potencia total que que disipan las resistencias.

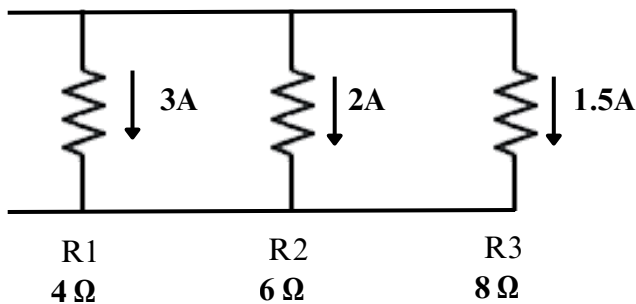


Figura 2.48 [Ejemplo 8]

Datos:

$$\begin{array}{lll} I_1 = 3A & I_2 = 2A & I_3 = 1.5A \\ R_1 = 4\Omega & R_2 = 6\Omega & R_3 = 8\Omega \end{array}$$

$$P_{R1} = I_{R1}^2 \cdot R1 = (3A)^2 \cdot 4\Omega = 36W$$

$$P_{R2} = I_{R2}^2 \cdot R2 = (2A)^2 \cdot 6\Omega = 24W$$

$$P_{R3} = I_{R3}^2 \cdot R3 = (1.5A)^2 \cdot 8\Omega = 18W$$

$$P_t = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3}$$

$$P_t = 36W + 24W + 18W = 78W$$

- Calcular el voltaje que debería dar una fuente si debe alimentar un elemento que tiene $10\text{ k}\Omega$ y consume $100W$ (Figura 2.49), además obtener la corriente que va a proporcionar la fuente.

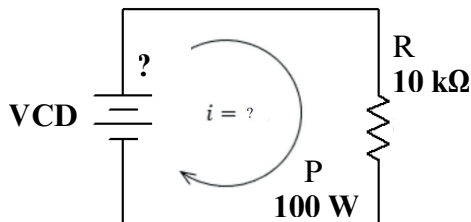


Figura 2.49 [Ejemplo 9]

Al ser una sola resistencia, entonces tendrá el mismo voltaje y corriente de la fuente.

$$\begin{array}{l} \text{Datos:} \\ P = 100W \\ R = 10\text{ k}\Omega \end{array}$$

Calculamos el voltaje que debe tener la fuente:

$$V_R = \sqrt{P_R \cdot R} = \sqrt{100W \cdot 10000\Omega} = 1000V$$

Calculamos la corriente que proporciona la fuente.

$$I_R = \frac{P_R}{V_R} = \frac{100W}{1000V} = 0.1A$$

EJERCICIOS

- Un resistor de 12Ω está conectado a una fuente de voltaje de 24 V . Calcula la corriente que pasa a través del resistor y la potencia disipada.
- Un resistor de 8Ω disipa 64 W de potencia. Calcula la corriente que pasa a través del resistor y el voltaje aplicado.
- Un resistor tiene una resistencia de $1\text{ k}\Omega$ y a través de él pasa una corriente de 12mA . Calcular la potencia que consume esta resistencia, además del voltaje que este tiene.

2.4 LEYES DE KIRCHHOFF

Las leyes de Kirchhoff nos permiten calcular el voltaje y la corriente de circuitos complejos, dicha ley se divide en ley de voltaje (LVK) y ley de corriente (LCK)

2.4.1 LEY DE VOLTAJE DE KIRCHHOFF (LVK).

La ley de voltajes se basa en la conservación de la energía, donde la energía ganada y perdida por una carga en un lazo cerrado debe ser equilibrada.

$$\sum V = 0$$

La ley de voltajes de Kirchhoff consiste en que la suma de las diferencias de potencial (voltajes) alrededor de cualquier lazo cerrado (malla) es igual a cero.

La ley de voltaje de Kirchhoff también puede enunciarse de la siguiente forma:

$$\sum V_{\text{elevaciones}} = \sum V_{\text{caídas}}$$

La suma de las elevaciones alrededor de un lazo cerrado debe ser igual a la suma de las caídas de potencial.

- **Elevaciones de Potencial:** Se refieren a los aumentos en el voltaje, como cuando se pasa a través de una fuente de voltaje en la dirección desde el terminal negativo al positivo.
- **Caídas de Potencial:** Se refieren a las disminuciones en el voltaje, como cuando se pasa a través de una resistencia en la dirección de la corriente, donde la energía se disipa en forma de calor.

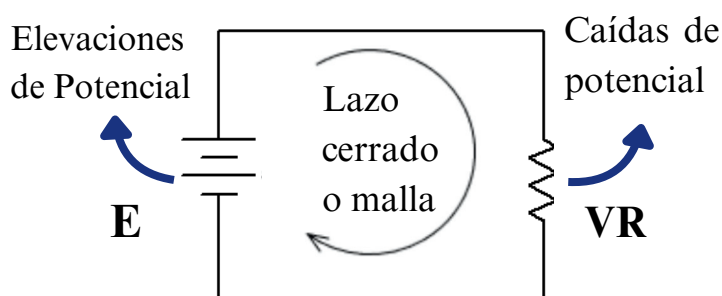


Figura 2.50

[Potencial en un circuito]

Entonces la suma de la caída de potencial (voltaje de la resistencia) debe ser igual a la elevación de potencial (voltaje que da la fuente), es decir, la suma de estas es igual a 0.

Consideraciones para aplicar LVK

- Saber la polaridad de cada caída de voltaje

La polaridad se obtiene al trazar una flecha que atraviesa de (- a +) del elevador de voltaje (fuente), si la misma flecha pasa por el elemento de caída de voltaje (resistor), entonces, este lo atraviesa de (+ a -) según la flecha.

Las fuentes de voltaje ya tienen una polaridad fija y lo vemos en su simbología.

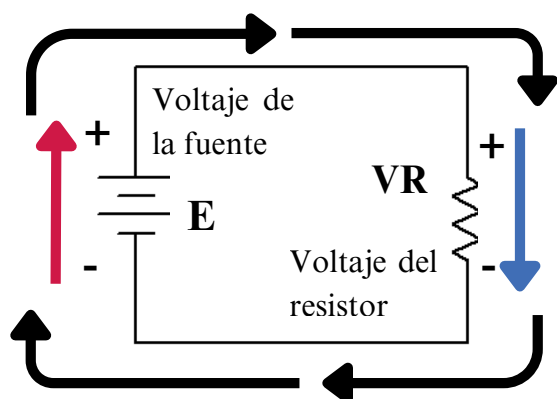


Figura 2.51 [Direccionando de acuerdo al voltaje]

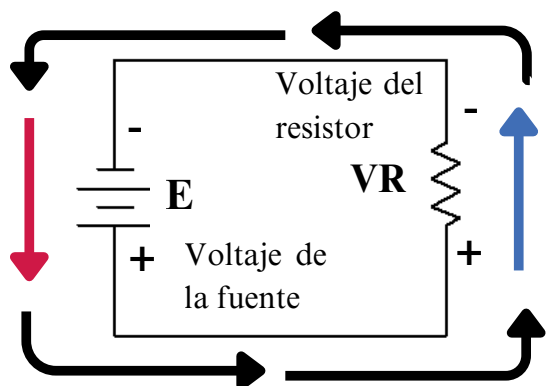


Figura 2.52 [Direccionando de acuerdo al voltaje]

ELEVACIONES DE VOLTAJE

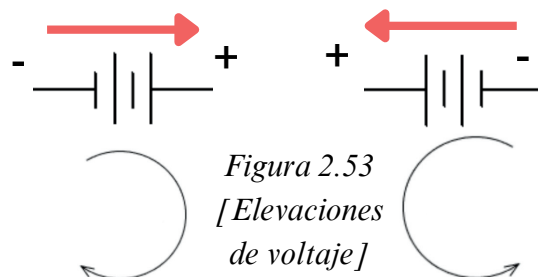


Figura 2.53
[Elevaciones de voltaje]

CAÍDAS DE VOLTAJE

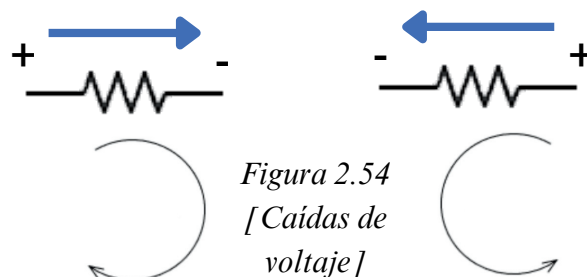


Figura 2.54
[Caídas de voltaje]

La polaridad de la fuente y resistencia son opuestas, según la flecha trazada (las flechas también simboliza la dirección de la corriente).

- Definir la dirección del lazo o malla

La dirección del lazo o malla asegura que las elevaciones y caídas de potencial se contabilicen correctamente. La dirección de los lazos cerrados o de las mallas pueden ser solamente del sentido de las manecillas del reloj (Figura 2.55) o al contrario de las mismas (Figura 2.56).

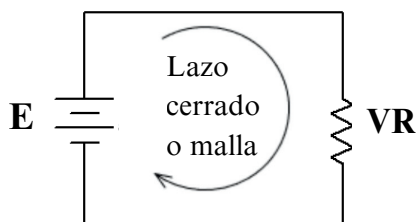


Figura 2.55 [Sentido horario]

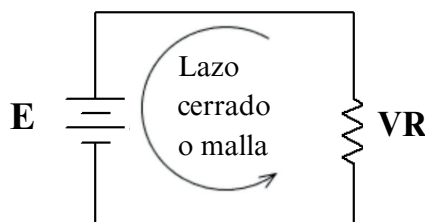


Figura 2.56 [Sentido antihorario]

La dirección del lazo idealmente debe ser la misma dirección de la corriente o de la flecha que atraviesa de (- a +) del elemento elevador de voltaje (fuente). Sin embargo, si se elige la dirección contraria a la corriente, simplemente se invertirá los signos de la sumatoria o de la ecuación sin alterar el resultado.

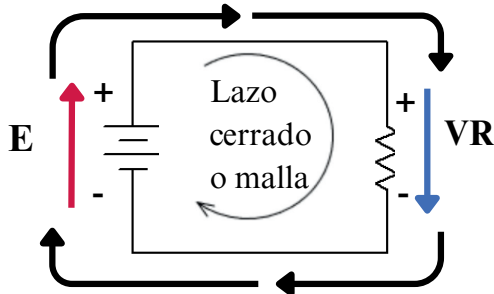


Figura 2.57 [Dirección horaria del lazo]

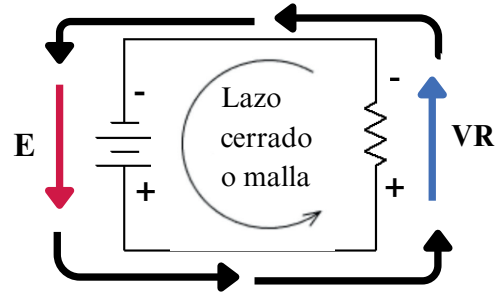


Figura 2.58 [Dirección antihoraria del lazo]

Los lazos y las mallas pueden ser presentados como la dirección de la corriente. (Si elegimos una dirección errónea no afectará en el resultado, solamente se invertirá el signo).

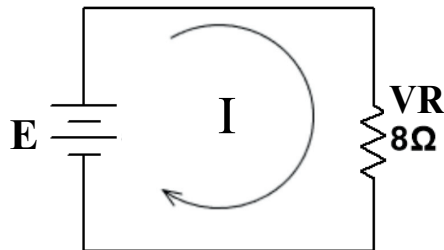


Figura 2.59

[Lazo en dirección de la corriente]

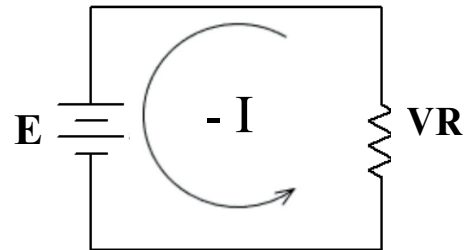


Figura 2.60

[Lazo en dirección contraria de la corriente]

• Establecer la sumatoria de voltajes

Una vez obtenida la polarización de cada elemento y la dirección del lazo como vemos en la Figura 2.61, aplicamos la ley de Kirchhoff con la siguiente consideración:

Sumamos el voltaje del elemento si la flecha de la dirección del lazo lo atraviesa de (- a +) y se resta el voltaje del elemento si la flecha lo atraviesa de (+ a -)

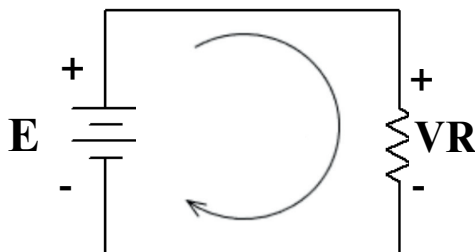


Figura 2.61

[Dirección del lazo]

La flecha del lazo atraviesa al negativo y luego el positivo de la fuente (- a +) entonces se suma su voltaje (+E), mientras en el resistor atraviesa primero el positivo y luego el negativo (+ a -), por ende, se resta su voltaje (-VR).

$$\sum V = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Voltaje}_{\text{Fuente}} - \text{Voltaje}_{\text{resistor}} = 0 \\ E - V_R = 0 \rightarrow E = V_R \end{array} \right.$$

Al interpretar la sumatoria, entendemos que el voltaje de fuente es igual al voltaje de la resistencia como vemos en la figura 2.61.

63 III Leyes de Kirchhoff

Si usamos otra dirección en el lazo como vemos en la Figura 2.62, solo se invertirá los signos en la sumatoria sin alterar al resultado o magnitud de la respuesta.

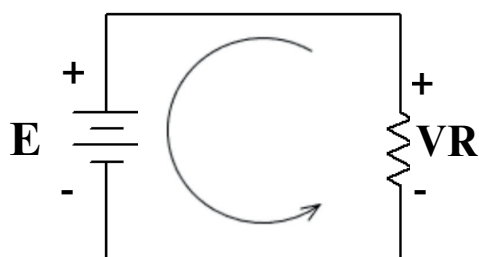


Figura 2.62

[Dirección del lazo]

La flecha del lazo atraviesa el positivo y luego el negativo de la fuente (+ a -) entonces se resta su voltaje (-E), mientras en el resistor atraviesa primero al negativo y luego el positivo (- a +), por lo tanto, se suma el voltaje (+VR).

$$\sum V = 0 \begin{cases} -\text{Voltaje}_{\text{Fuente}} + \text{Voltaje}_{\text{resistor}} = 0 \\ -E + V_R = 0 \rightarrow -E = -V_R \rightarrow \boxed{E = V_R} \end{cases}$$

Entendemos que el voltaje de fuente es igual al voltaje de la resistencia, entonces, llegamos a la misma conclusión sin importar la dirección del lazo.

Ejemplos:

• Determine los voltajes desconocidos para los siguientes circuitos

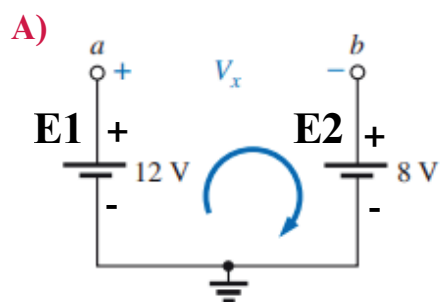


Figura 2.63 [Ejemplo 1 de LVK]

Buscamos el voltaje que dan los dos extremos a y b, guiándonos de la dirección del lazo presentada en la Figura 2.63.

La flecha del lazo atraviesa el negativo y luego el positivo de la fuente 1 (- a +) entonces se suma su voltaje (+E1), mientras en la fuente 2 atraviesa primero al positivo y luego el negativo (+ a -), por lo tanto, se resta su voltaje (-E2). El voltaje que buscamos Vx la flecha atraviesa primero al positivo y luego al negativo (+ a -), por ende, se resta (-Vx).

$$\sum V = 0 \begin{cases} E_1 - E_2 - V_X = 0 \\ V_X = E_1 - E_2 \\ V_X = 12V - 8V \\ \boxed{V_X = 4V} \end{cases}$$

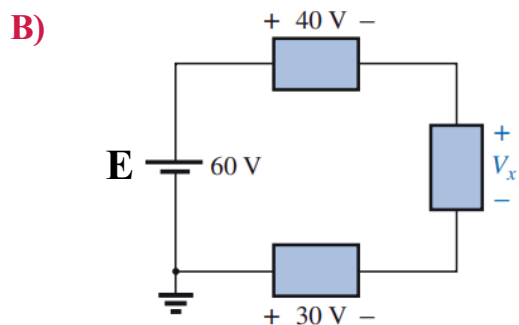


Figura 2.64 [Ejemplo 2 de LVK]

En la Figura 2.64, cada cuadro es una carga o una fuente de voltaje, o una combinación de ambas.

La flecha del lazo atraviesa el negativo y luego el positivo de la fuente y de V2 (- a +) entonces se suman su voltajes (+E,+V2), mientras V1 y Vx la flecha los atraviesa de positivo a negativo (+ a -), entonces los voltajes de cada uno se restan (-V1,-Vx).

$$\sum V = 0 \begin{cases} E - V_1 + V_2 - V_X = 0 \\ V_X = E - V_1 + V_2 \\ V_X = 60V - 40V + 30V \\ \boxed{V_X = 50V} \end{cases}$$

C)

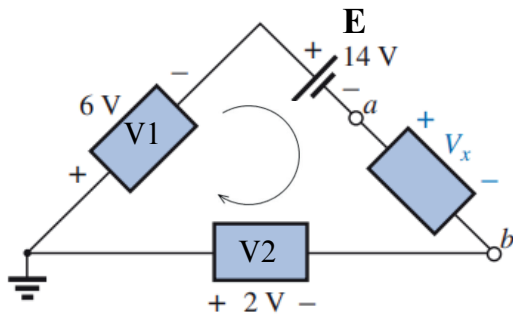


Figura 2.65 [Ejemplo 3 de LVK]

En la Figura 2.65 vemos que cada cuadro representa una carga o una fuente de voltaje, o una combinación de ambas.

La flecha del lazo atraviesa el positivo y luego el negativo de la fuente, V1 y Vx (+ a -) entonces se restan sus voltajes (-E, -V1, -Vx), mientras V2 la flecha lo atraviesa de negativo a positivo (- a +), entonces su voltaje se suma (+V2).

$$\sum V = 0 \begin{cases} -E - V_1 + V_2 - V_x = 0 \\ V_x = -E - V_1 + V_2 \\ V_x = -14V - 6V + 2V \\ \boxed{V_x = -18V} \end{cases}$$

Al obtener una respuesta negativa significa que la polaridad de Vx está opuesta a su polaridad correcta o a la que en realidad debería ser y se debe invertir para obtener el resultado positivo.

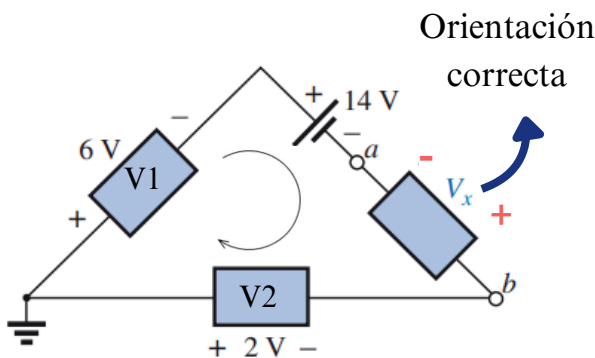


Figura 2.66 [Polaridad correcta del ejemplo 3 de LVK]

$$\sum V = 0 \begin{cases} -E - V_1 + V_2 + V_x = 0 \\ V_x = E + V_1 - V_2 \\ V_x = 14V + 6V - 2V \\ \boxed{V_x = 18V} \end{cases}$$

En la Figura 2.66 vemos la verdadera polaridad de la resistencia y también la dirección de la corriente.

D)

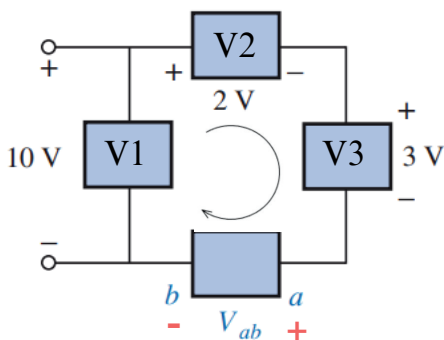


Figura 2.67 [Ejemplo 4 de LVK]

En la Figura 2.67 vemos que cada cuadro representa una carga o una fuente de voltaje, o una combinación de ambas.

La flecha del lazo atraviesa el positivo y luego el negativo de V2, V3 y Vab (+ a -) entonces se restan sus voltajes (-V2, -V3, -Vab), mientras V1 la flecha lo atraviesa de negativo a positivo (- a +), entonces su voltaje se suma (+V1).

$$\sum V = 0 \begin{cases} V_1 - V_2 - V_3 - V_{ab} = 0 \\ V_{ab} = V_1 - V_2 - V_3 \\ V_{ab} = 10V - 2V - 3V \\ \boxed{V_{ab} = 5V} \end{cases}$$

E)

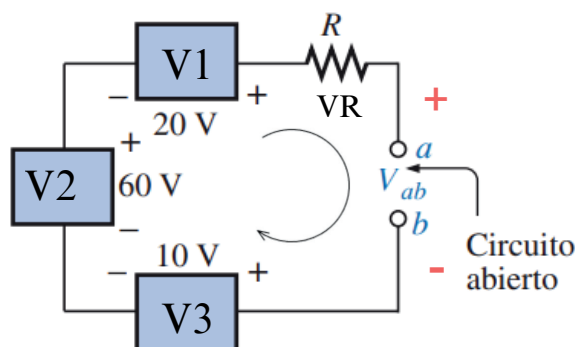


Figura 2.68 [Ejemplo 5 de LVK]

En la Figura 2.68 vemos que cada cuadro representa una carga o una fuente de voltaje, o una combinación de ambas.

El circuito está abierto, por ende, no hay una corriente circulando, entonces la corriente que atraviesa en el resistor es cero y por ley de ohm:

$$\begin{aligned} I_R = 0A &\rightarrow V_R = I_R \cdot R && \text{No se tomara en cuenta la resistencia} \\ V_R &= 0A \cdot R \\ V_R &= 0V \end{aligned}$$

La flecha atraviesa el positivo y luego el negativo de V3 y Vab (+ a -) restando sus voltajes (-V3, -Vab), mientras V1 y V2 la flecha los atraviesa de negativo a positivo (- a +) sumando sus voltajes (+V1, +V2).

$$\begin{aligned} \sum V = 0 &\left\{ \begin{aligned} V_1 + V_2 - V_3 - V_{ab} &= 0 \\ V_{ab} &= V_1 + V_2 - V_3 \\ V_{ab} &= 20V + 60V - 10V \end{aligned} \right. \\ &\boxed{V_{ab} = 70V} \end{aligned}$$

F)

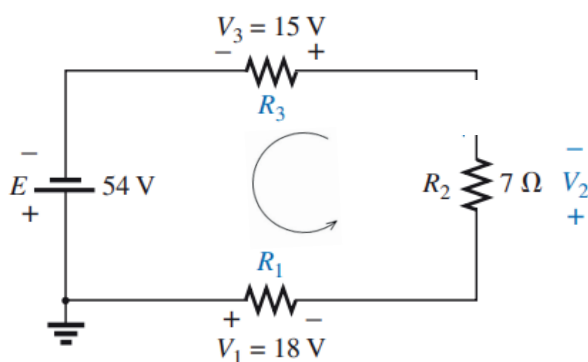


Figura 2.69 [Ejemplo 6 de LVK]

Si nos damos cuenta la suma de los voltajes de cada resistor de la Figura 2.69 es igual al voltaje de la fuente, cumpliendo así una ley de Kirchhoff donde la sumatoria de las elevaciones de voltaje (fuente) es igual al de caídas de voltaje (resistores).

La flecha del lazo atraviesa el negativo y luego el positivo de la fuente (- a +) entonces se suman su voltaje (+E), mientras V1, V2 y V3, la flecha los atraviesa de positivo a negativo (+ a -), entonces los voltajes de cada uno se restan (-V1, -V2, -V3).

$$\begin{aligned} \sum V = 0 &\left\{ \begin{aligned} E - V_1 - V_2 - V_3 &= 0 \\ V_2 &= E - V_1 - V_3 \\ V_2 &= 54V - 18V - 15V \end{aligned} \right. \\ &\boxed{V_2 = 21V} \end{aligned}$$

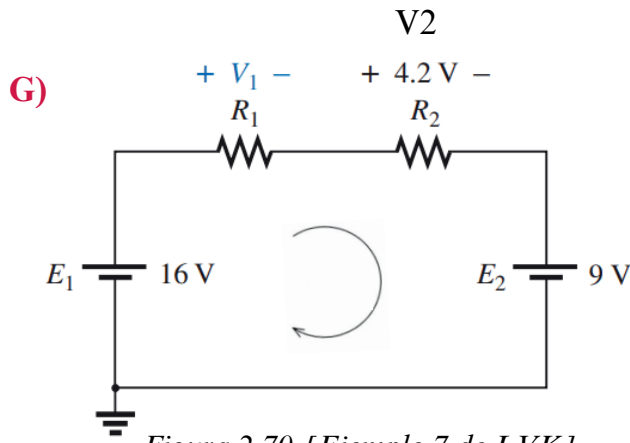


Figura 2.70 [Ejemplo 7 de LVK]

La suma de los voltajes de cada resistor de la Figura 2.70 es igual a la suma de los voltajes de las dos fuentes (en este caso las dos fuentes se restan $E_1 - E_2$), cumpliendo así una ley de Kirchhoff donde la sumatoria de las elevaciones de voltaje (fuentes) es igual al de caídas de voltaje (resistores).

La flecha del lazo atraviesa el negativo y luego el positivo de la fuente 1 (- a +) entonces se suman su voltaje (+ E_1), mientras V_1 , V_2 y E_2 , la flecha los atraviesa de positivo a negativo (+ a -), entonces los voltajes de cada uno se restan ($-V_1, -V_2, -E_2$).

$$\Sigma V = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} E_1 - E_2 - V_1 - V_2 = 0 \\ V_1 = E_1 - E_2 - V_2 \\ V_1 = 16V - 9V - 4.2V \\ \boxed{V_1 = 2.8V} \end{array} \right.$$

• Identificar qué malla o lazo se va utilizar

Los circuitos antes explicados son simples, es decir, tenían un solo lazo o malla, pero es muy común que los circuitos que veamos más adelante tengan dos, tres o más mallas o lazos cerrados, entonces, dependiendo del ejercicio no será necesario ocupar todos esos lazos y debemos saber cuál vamos a usar.

Una manera de hacerlo es dividir al circuito por mallas, donde la sumatoria de voltaje de cada malla por separado es 0, luego identificamos en que malla esta el valor que deseamos calcular y si en esa malla existe los datos suficientes para calcularlo.

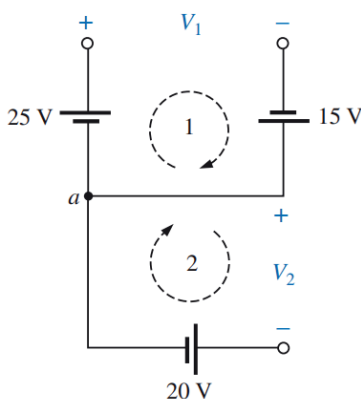


Figura 2.71

[Análisis de mallas solo con fuentes]

Por ejemplo, en la Figura 2.71 nos pide los voltajes V_1 y V_2 , cualquiera pensaría que al tener dos mallas o lazos cerrados hay que aplicar la ley de Kirchhoff en ambos al mismo tiempo, pero la realidad no es así, pues una vez que **identificamos todas las mallas o lazos cerrados en el esquema eléctrico**, analizaremos cuál vamos a usar.

Como vemos en la imagen tendremos dos mallas o lazos cerrados para este ejemplo.

67 III Leyes de Kirchhoff

Dividiremos el circuito en dos partes (Figura 2.72 y Figura 2.73).

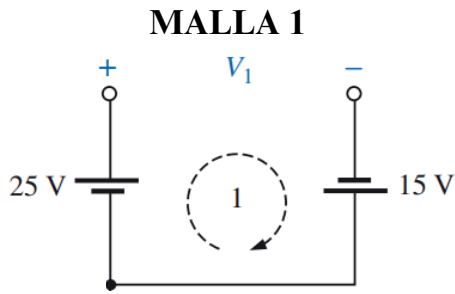


Figura 2.72
[Malla 1]

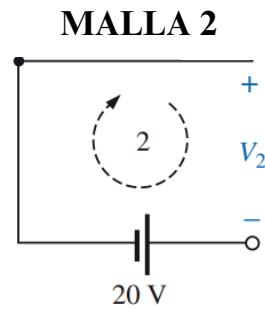


Figura 2.73
[Malla 2]

Entonces, cada malla abarcará uno o más elementos, pero recordemos que la sumatoria de voltajes dentro de un lazo cerrado o una malla siempre dará cero, es decir:

Por más mallas o lazos cerrados que tengamos en un circuito eléctrico la sumatoria de voltajes de cada una por separado siempre dará cero.

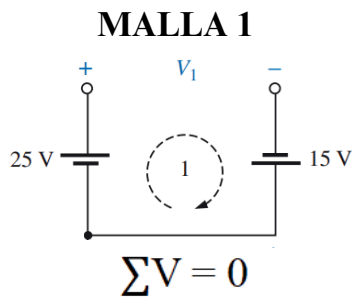


Figura 2.74
[Sumatoria de voltajes en la malla 1]

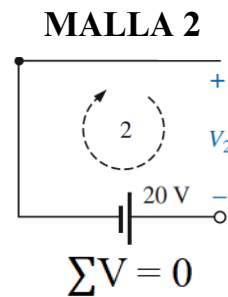


Figura 2.75
[Sumatoria de voltajes en la malla 2]

Si deseamos calcular V_1 de la Figura 2.71, usaremos la Malla 1 debido a que en esa malla presenta está aquel elemento como vemos en la Figura 2.76.

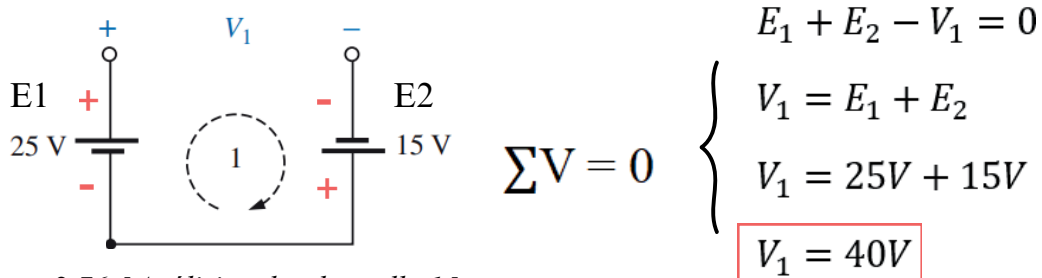


Figura 2.76 [Análisis sobre la malla 1]

Si deseamos calcular V_2 de la Figura 2.71, usaremos la Malla 2 debido a que en esa malla presenta aquel elemento como vemos en la Figura 2.77.

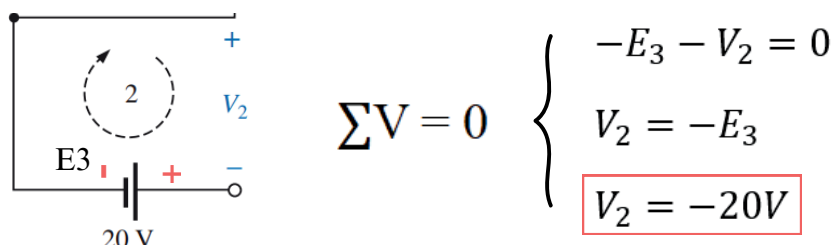


Figura 2.77 [Análisis sobre la malla 2]

Ejemplos:

- Determine los voltajes desconocidos utilizando la ley de voltaje de Kirchhoff.

A)

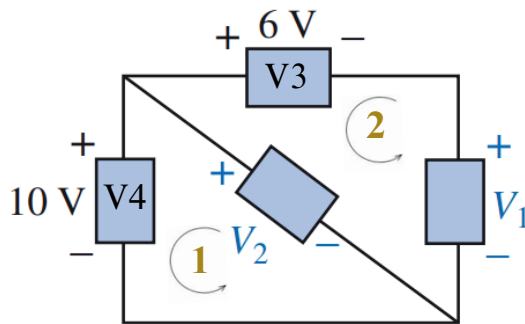


Figura 2.78 [Ejemplo 8 de LVK]

En la Figura 2.78 vemos que cada cuadro representa una carga o una fuente de voltaje, o una combinación de ambas.

Podemos ver dos mallas o lazos cerrados y nos pide buscar V_1 y V_2 .

Si deseamos calcular V_2 usaremos la Malla 1 (Figura 2.79) debido a que en esa malla presenta aquel elemento. No calculamos V_1 porque está en la malla 2, pero en esa malla tendríamos dos incógnitas V_1 y V_2 , mientras en la Malla 1 solo está V_2 .

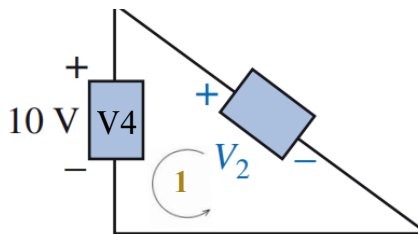


Figura 2.79 [Malla 1 del Ejemplo 8]

$$\sum V = 0 \left\{ \begin{array}{l} V_2 - V_4 = 0 \\ V_2 = V_4 \\ \boxed{V_2 = 10V} \end{array} \right.$$

Una vez obtenido V_2 , ya podemos calcular V_1 en la malla 2 (Figura 2.80).

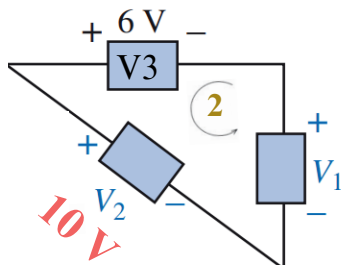


Figura 2.80 [Malla 2 del Ejemplo 8]

$$\sum V = 0 \left\{ \begin{array}{l} V_1 + V_3 - V_2 = 0 \\ V_1 = V_2 - V_3 \\ V_1 = 10V - 6V \\ \boxed{V_1 = 4V} \end{array} \right.$$

B)

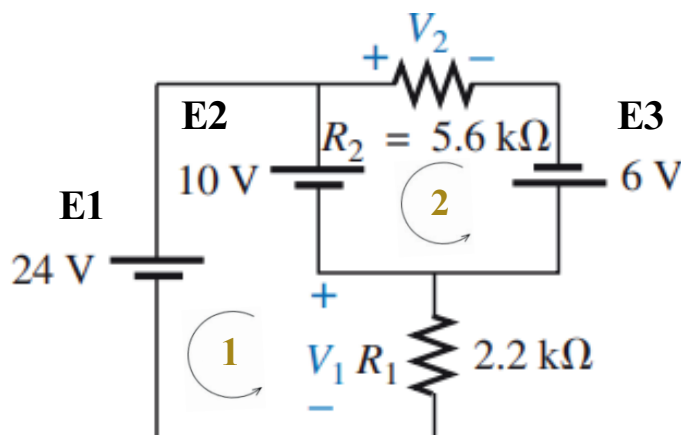


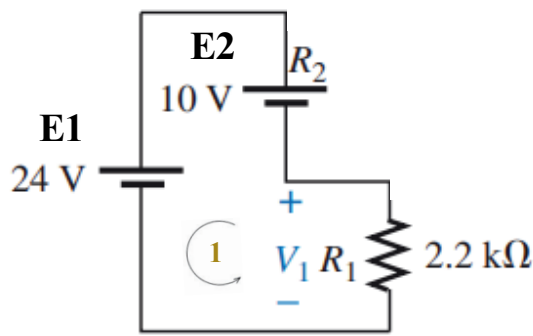
Figura 2.81 [Ejemplo 9 de LVK]

Podemos ver en la Figura 2.81 dos mallas o lazos cerrados y nos pide buscar V_1 y V_2 , es decir, en este caso sería encontrar el voltaje de cada resistencia.

En este ejercicio, solo tenemos una incógnita por malla.

69 III Leyes de Kirchhoff

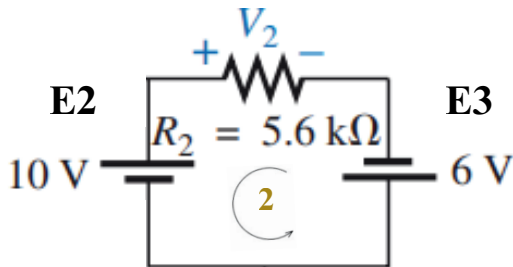
Si deseamos calcular V_1 o el voltaje de R_1 , usaremos la Malla 1 (Figura 2.82) debido a que en esa malla presenta aquel elemento.



$$\sum V = 0 \left\{ \begin{array}{l} -E_1 + E_2 + V_1 = 0 \\ V_1 = E_1 - E_2 \\ V_1 = 24V - 10V \\ \boxed{V_1 = 14V} \end{array} \right.$$

Figura 2.82 [Malla 1 del Ejemplo 9]

Si deseamos calcular V_2 o el voltaje de R_2 , usaremos la Malla 2 (Figura 2.83) debido a que en esa malla presenta aquel elemento.



$$\sum V = 0 \left\{ \begin{array}{l} -E_2 - E_3 + V_2 = 0 \\ V_2 = E_2 + E_3 \\ V_2 = 10V + 6V \\ \boxed{V_2 = 16V} \end{array} \right.$$

Figura 2.83 [Malla 2 del Ejemplo 9]

C)

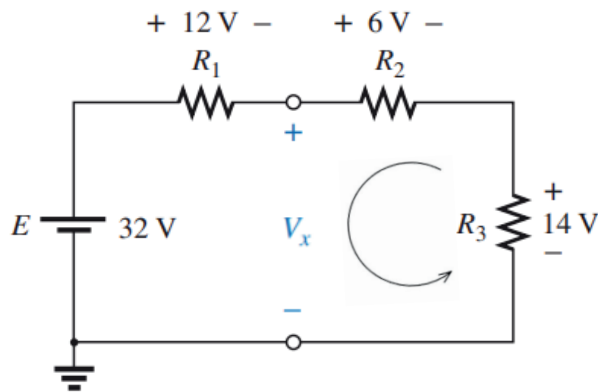


Figura 2.84 [Ejemplo 10 de LVK]

Podemos ver en la Figura 2.84 una malla o lazo cerrado y nos pide buscar V_x , es decir, en este caso sería encontrar el voltaje que hay entre la resistencia R_2 y R_3 , pero también sería el mismo voltaje entre E y R_1 .

Podemos obtener dos mallas, redibujando el esquema como se ve en la Figura 2.85.

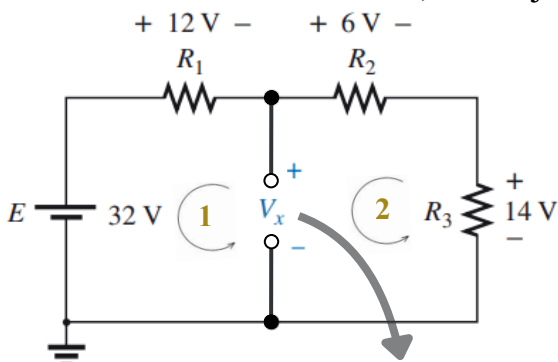


Figura 2.85 [Circuito redibujado]

Mientras no se conecten ambas terminales no pasará corriente, por ende no se modificará el circuito.

Este esquema representa lo mismo que el original, pero denotamos que tenemos dos mallas y sin modificar el circuito, si cerramos o conectamos los dos extremos creados ahí se modifica.

Podemos usar la malla 1 o malla 2 porque ambas abarcan V_x , pero en este ejercicio haremos con ambas para demostrar que no afecta en nada.

Calculamos V_x con la Malla 1 (Figura 2.86):

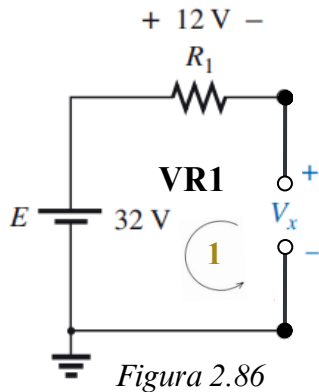


Figura 2.86

[Malla 1 del Ejemplo 10]

$$\Sigma V = 0 \left\{ \begin{array}{l} -E + V_{R1} + V_x = 0 \\ V_x = E - V_{R1} \\ V_x = 32V - 12V \\ \boxed{V_x = 20V} \end{array} \right.$$

Calculamos V_x con la Malla 2 (Figura 2.87):

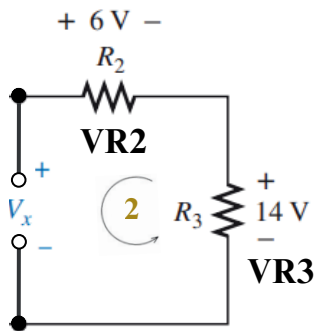


Figura 2.87

[Malla 2 del Ejemplo 9]

$$\Sigma V = 0 \left\{ \begin{array}{l} V_{R2} + V_{R3} - V_x = 0 \\ V_x = V_{R2} + V_{R3} \\ V_x = 6V + 14V \\ \boxed{V_x = 20V} \end{array} \right.$$

Como vemos llegamos al mismo resultado sin importar la malla que vamos a usar, siempre y cuando ambas mallas compartan el mismo elemento que vamos a calcular.

D)

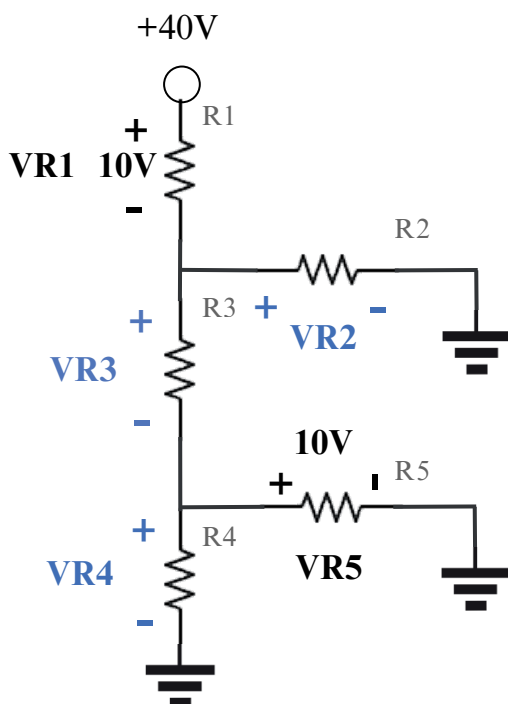


Figura 2.88

[Ejemplo 11 de LVK]

Como lo vemos en la Figura 2.88 se ve complejo o difícil de interpretar pero debemos considerar que una fuente de voltaje también se lo puede ver así:

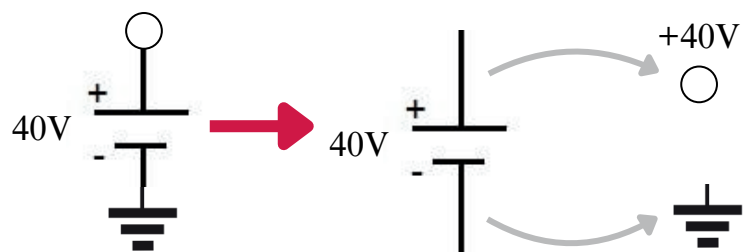


Figura 2.89 [Otra forma de ver una fuente]

En este caso, la tierra irá directamente al terminal negativo de la fuente, si recordamos la sección 1.5.7 los puntos de referencia o tierra se pueden reducir a uno solo y los elementos que estaban conectados a estos se unirán entre sí.

Podemos redibujar el esquema para trazar las mallas o identificarlas. Pasar de la Figura 2.88 a la Figura 2.90 que representa lo mismo.

71 III Leyes de Kirchhoff

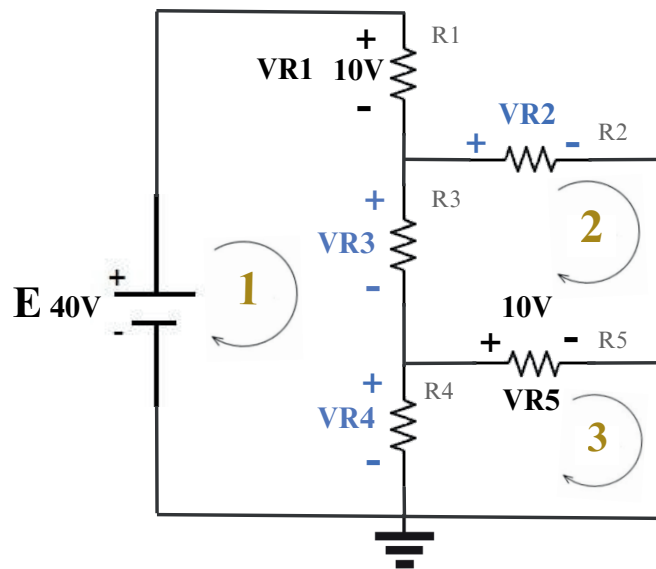


Figura 2.90 [Ejemplo 11 redibujado]

Calculamos VR4, mediante el análisis de la malla 3 (Figura 2.91).

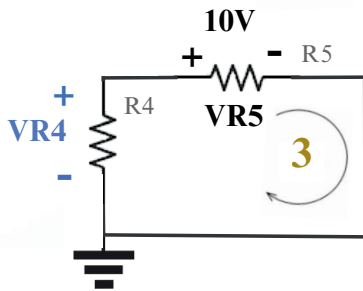


Figura 2.91
[Malla 3 del Ejemplo 11]

$$\sum V = 0 \left\{ \begin{array}{l} V_{R4} - V_{R5} = 0 \\ V_{R4} = V_{R5} \\ \boxed{V_{R4} = 10V} \end{array} \right.$$

Calculamos VR3, mediante el análisis en la malla 1 (Figura 2.92).

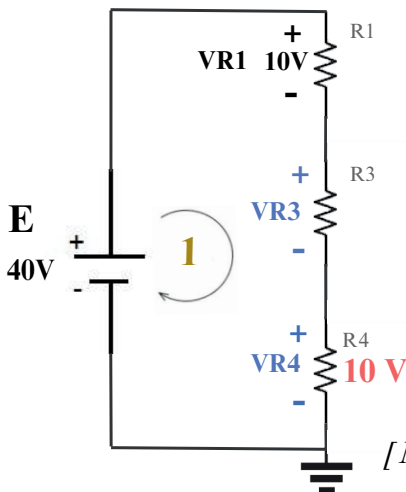


Figura 2.92
[Malla 1 del Ejemplo 11]

$$\sum V = 0 \left\{ \begin{array}{l} E - V_{R1} - V_{R3} - V_{R4} = 0 \\ V_{R3} = E - V_{R1} - V_{R4} \\ V_{R3} = 40V - 10V - 10V \\ \boxed{V_{R3} = 20V} \end{array} \right.$$

Calculamos VR2, mediante el análisis en la malla 2 (Figura 2.93).

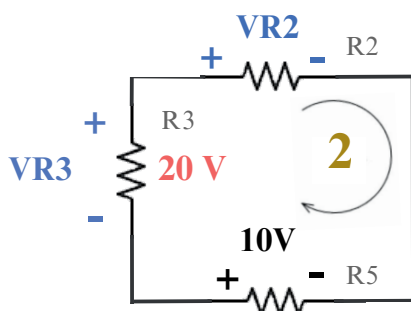


Figura 2.93
[Malla 2 del Ejemplo 11]

$$\sum V = 0 \left\{ \begin{array}{l} -V_{R2} + V_{R3} + V_{R5} = 0 \\ V_{R2} = V_{R3} + V_{R5} \\ V_{R2} = 20V + 10V \\ \boxed{V_{R2} = 30V} \end{array} \right.$$

Con este nuevo esquema (Figura 2.90) tenemos 3 mallas diferentes y debemos encontrar el voltaje de las resistencias R2, R3 y R4..

Primero: Trabajamos con la malla 3 (Figura 2.91), ya que tiene una incógnita (VR4)

Segundo: Trabajamos con la malla 1 (Figura 2.92), hay dos incógnitas pero tenemos (VR4) al resolver la malla 3 solo faltaría (VR3) de la malla 1.

Tercero: Trabajamos con la malla 2 (Figura 2.93), hay dos incógnitas pero tenemos (VR3) al resolver la malla 1 solo faltaría (VR2) de la malla 2.

2.4.2 LEY DE CORRIENTE DE KIRCHHOFF (LCK)

Se basa en el principio de conservación de la carga eléctrica.

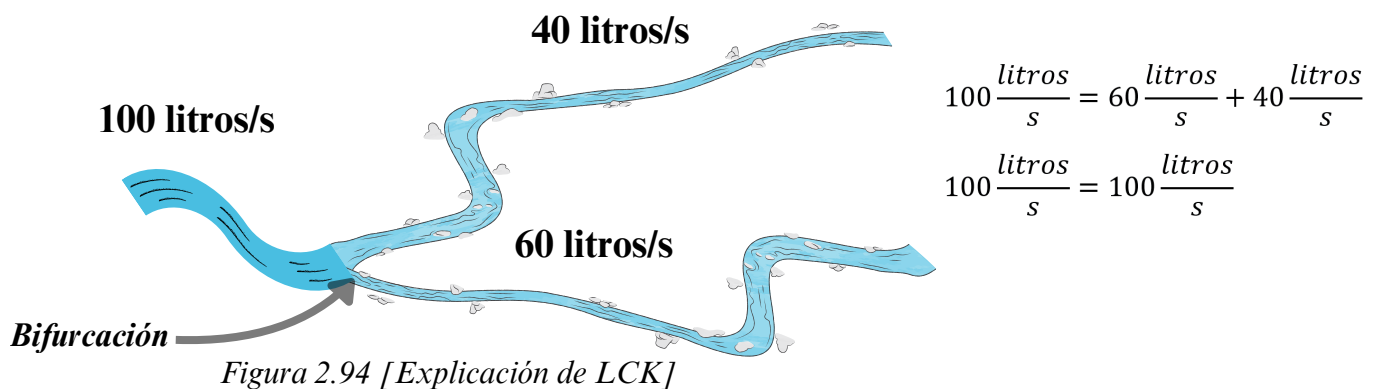
$$\Sigma \text{Corriente}_{entra} = \Sigma \text{Corriente}_{sale}$$

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

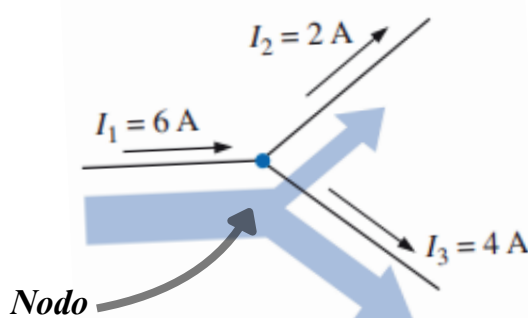
Establece que la suma de las corrientes que entran en un nodo (o punto de conexión) en un circuito eléctrico es igual a la suma de las corrientes que salen de ese nodo.

La cantidad total de corriente que fluye hacia un nodo debe ser igual a la cantidad total de corriente que fluye hacia fuera, asegurando que no se acumule carga en el nodo.

Otra manera de entenderlo, es ver la corriente como un río como vemos en la Figura 2.94 y el nodo en un circuito es como una bifurcación, formando nuevos cauces o ramales, pero siempre partiendo de la cantidad de agua que venía del río antes de la bifurcación, por ejemplo, la figura 2.94 nos dice que el río tiene un caudal de 100 litros por segundo antes de la bifurcación y después del punto de bifurcación un ramal tiene 60 litros por segundo y el otro 40 litros por segundo, la suma de los flujos de agua en ambos ramales ($60 + 40 = 100$) será igual al caudal original antes de la bifurcación.



En un circuito eléctrico, esto significa que si una corriente de 6 amperios entra en un nodo y se divide en dos ramas, una con 4 amperios y la otra con 2 amperios, la suma de las corrientes que salen ($4 + 2 = 6$ A) iguala la corriente que entró, conservando así la carga eléctrica en el nodo, tal como vemos en la Figura 2.95.



$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

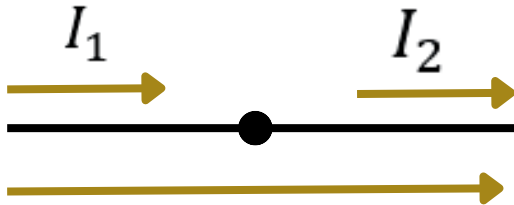
$$6A = 4A + 2A$$

$$6A = 6A$$

Figura 2.95 [Demostración de LCK]

73 III Leyes de Kirchhoff

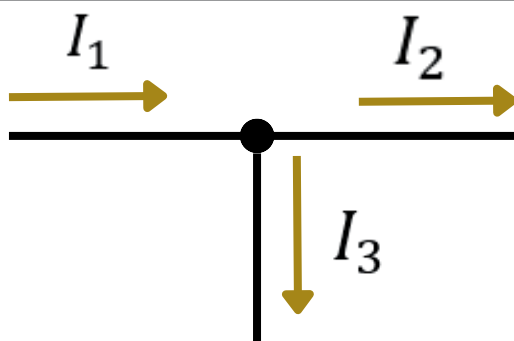
Por lo general, LCK se aplica solo para los nodos que unen tres o más elementos porque ahí la corriente se puede dividir en más ramas, pero al aplicar LCK en nodos que unen a solo dos elementos la corriente no se divide en más ramas, recordando el concepto de la sección 2.1.4



Como vemos en la Figura 2.96 una corriente entra al nodo (I_1) y después otra corriente sale del nodo (I_2), entonces la corriente sigue la misma porque en ningún momento salió otra rama.

$$I_1 = I_2$$

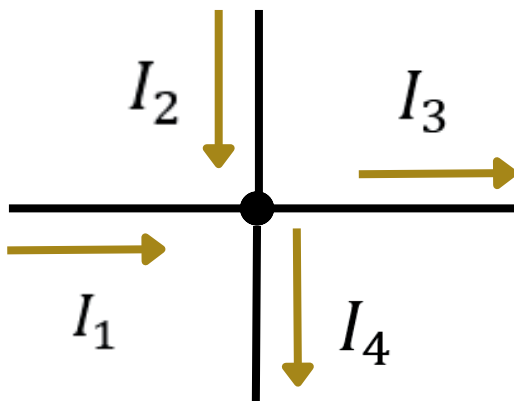
Figura 2.96 [Demostración de dirección de LCK]



Como vemos en la Figura 2.97 una corriente entra al nodo (I_1) y después dos corrientes salen del nodo (I_2 y I_3), es decir, que I_1 se divide en dos ramas que son las corrientes de salida.

$$I_1 = I_2 + I_3$$

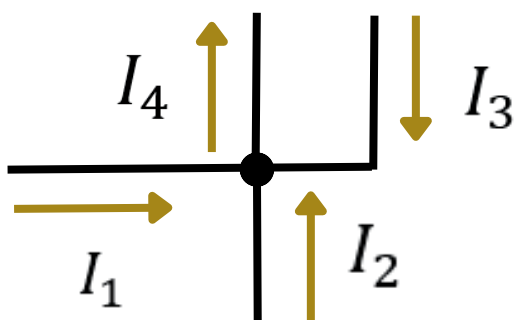
Figura 2.97 [Demostración de dirección de LCK]



En la Figura 2.98 vemos que dos corrientes que entran al nodo (I_1 y I_2), pero también dos corrientes que salen del nodo (I_3 y I_4), entonces:

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

Figura 2.98 [Demostración de dirección de LCK]



En la Figura 2.99 vemos que tres corrientes entran al nodo (I_1 , I_2 y I_3), pero solo sale una (I_4), es decir, las tres corrientes se unifican para salir en una sola rama que sería la corriente I_4 :

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4$$

Figura 2.99 [Demostración de dirección de LCK]

Entonces, no es necesario aplicar LCK en un nodo que solo une dos elementos porque la misma corriente se mantendrá entre los elementos conectados.

Ejemplos:

- Determine las corrientes desconocidas en los siguientes circuitos

A)

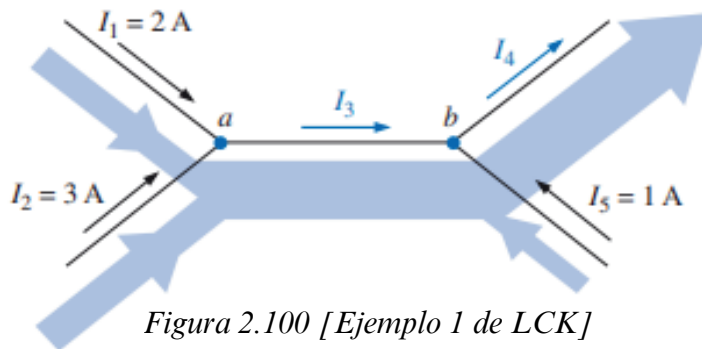


Figura 2.100 [Ejemplo 1 de LCK]

Trabajaremos con el “nodo a” porque vemos que entra I_1 y I_2 , pero sale I_3 .

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$I_3 = 3A + 2A$$

$$I_3 = 5A$$

Trabajamos con el “nodo b” una vez hallado I_3 , porque entra I_3 y I_5 , pero sale I_4 .

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_3 + I_5 = I_4$$

$$I_4 = I_3 + I_5$$

$$I_4 = 5A + 1A$$

$$I_4 = 6A$$

B)

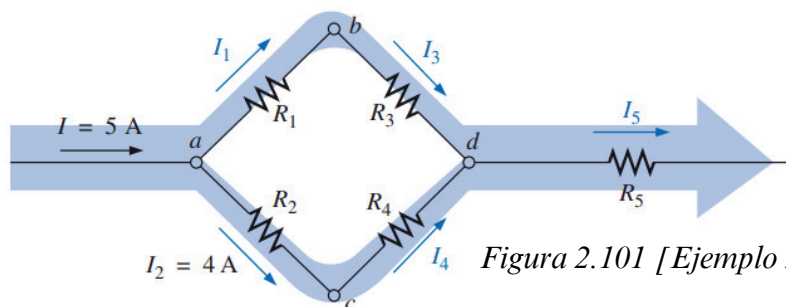


Figura 2.101 [Ejemplo 2 de LCK]

Trabajamos en el “nodo a” porque vemos que entra I , pero sale I_1 y I_2 .

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = I - I_2$$

$$I_1 = 5A - 4A$$

$$I_1 = 1A$$

El “nodo b” y “nodo c” solo une dos elementos, pues entra una corriente y solo sale una.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_1 = I_3$$

$$I_1 = 1A$$

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_2 = I_4$$

$$I_4 = 4A$$

Trabajamos en el “nodo d” porque vemos que entra I_3 y I_4 , pero sale I_5 .

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_3 + I_4 = I_5$$

$$I_5 = I_3 + I_4$$

$$I_5 = 1A + 4A$$

$$I_5 = 5A$$

75 III Leyes de Kirchhoff

C)

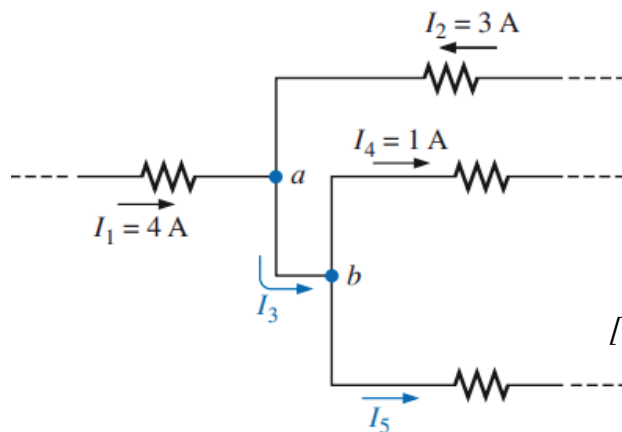


Figura 2.102
[Ejemplo 3 de LCK]

Trabajamos en el “nodo a” porque vemos que entra I1 y I2, pero sale I3.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$I_3 = 4A + 3A$$

$$I_3 = 7A$$

Trabajamos en el “nodo b” porque vemos que entra I3, pero sale I4 y I5.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_3 = I_4 + I_5$$

$$I_5 = I_3 - I_4$$

$$I_5 = 7A - 1A$$

$$I_5 = 6A$$

D)

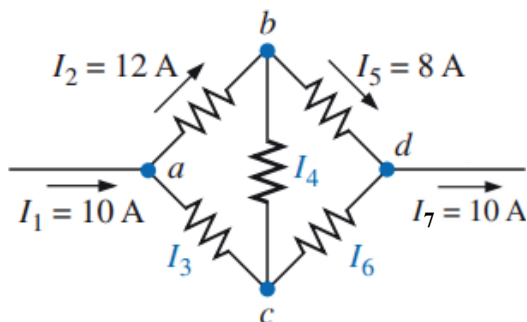


Figura 2.103 [Ejemplo 4 de LCK]

En el “nodo b” vemos entrar I2 con 12A, pero sale I5 con 8A, en este caso I4 debe salir del nodo para que se cumpla la ley.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_2 = I_5 + I_4$$

$$I_4 = I_2 - I_5$$

$$I_4 = 12A - 8A$$

$$I_4 = 4A$$

En el “nodo a” vemos que entra I1 con 10A, pero sale I2 con 12A, en este caso I3 debe entrar al nodo que se cumpla la ley.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_1 + I_3 = I_2$$

$$I_3 = I_2 - I_1$$

$$I_3 = 2A$$

En el “nodo c” vemos que entra I4 con 4A, pero sale I3 con 2A, en este caso I6 debe salir del nodo que se cumpla la ley.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_4 = I_3 + I_6$$

$$I_6 = I_4 - I_3$$

$$I_6 = 4A - 2A$$

$$I_6 = 2A$$

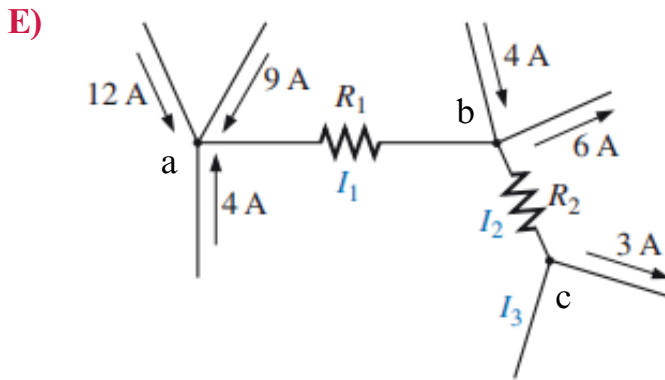


Figura 2.104 [Ejemplo 5 de LCK]

En el “nodo a” vemos que entra 12A, 9A y 4A, en este caso I1 debe salir del nodo para que se cumpla la ley.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$12A + 9A + 4A = I_1$$

$$I_1 = 12A + 9A + 4A$$

$$I_1 = 25A$$

En el “nodo b” vemos que entra I1 (25A) y 4A, pero sale 6A, en este caso I2 debe salir del nodo para que se cumpla la ley.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$25A + 4A = 6A + I_2$$

$$I_2 = 25A + 4A - 6A$$

$$I_2 = 23A$$

En el “nodo c” vemos que entra I2 (23A), pero sale 3A, en este caso I3 debe salir del nodo para que se cumpla la ley.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$23A = 3A + I_3$$

$$I_3 = 23A - 3A$$

$$I_3 = 20A$$

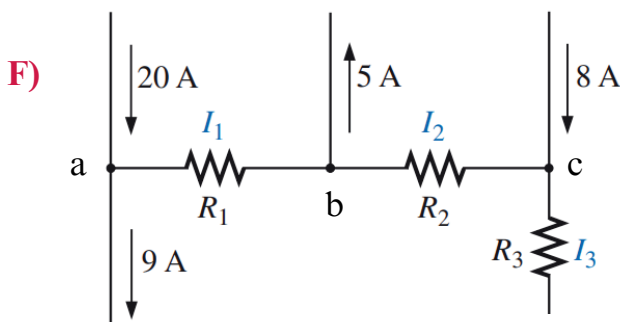


Figura 2.105 [Ejemplo 6 de LCK]

En el “nodo b” vemos que entra I1 (11A), pero sale 5A, en este caso I2 debe salir del nodo para que se cumpla la ley.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$11A = 5A + I_2$$

$$I_2 = 11A - 5A$$

$$I_2 = 6A$$

En el “nodo a” vemos que entra 20A, pero sale 9A, en este caso I1 debe salir del nodo para que se cumpla la ley.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$20A = 9A + I_1$$

$$I_1 = 20A - 9A$$

$$I_1 = 11A$$

En el “nodo c” vemos que entra I2 (6A) y 8A, en este caso I3 debe salir del nodo para que se cumpla la ley.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$6A + 8A = I_3$$

$$I_3 = 6A + 8A$$

$$I_3 = 14A$$

77 III Leyes de Kirchhoff

G)

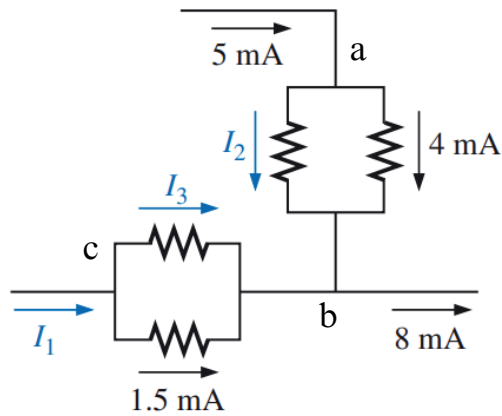


Figura 2.106 [Ejemplo 7 de LCK]

El “nodo b” entra I_2 (1mA), 4mA, 1.5mA y I_3 , pero sale 8mA.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$1mA + 4mA + 1.5mA + I_3 = 8mA$$

$$I_3 = 8mA - 1mA - 4mA - 1.5mA$$

$$I_3 = 1.5mA$$

En el “nodo a” vemos que entra 5mA, pero sale 4mA y I_2 .

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$5mA = I_2 + 4mA$$

$$I_2 = 5mA - 4mA$$

$$I_2 = 1mA$$

En el “nodo c” vemos que entra I_1 , pero sale 1.5mA y I_3 (1.5mA).

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_1 = 1.5mA + 1.5mA$$

$$I_1 = 3mA$$

H)

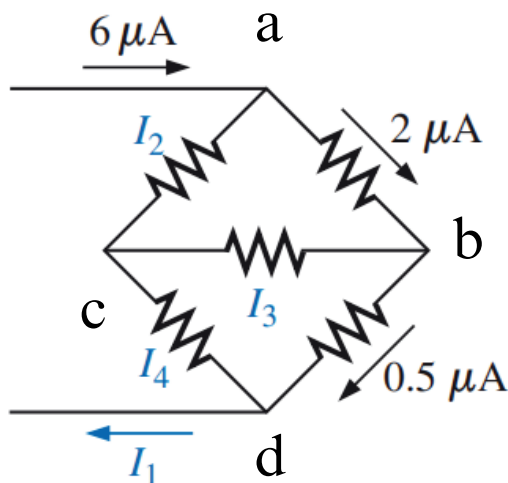


Figura 2.107 [Ejemplo 8 de LCK]

En el “nodo b” vemos que entra $2\mu A$, pero sale $0.5\mu A$, en este caso I_3 debe salir del nodo para que se cumpla la ley.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$2\mu A = 0.5\mu A + I_3$$

$$I_3 = 2\mu A - 0.5\mu A$$

$$I_3 = 1.5\mu A$$

Vemos que en todo el circuito entra $6\mu A$, pero al final en todo el circuito sale I_1

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale} \rightarrow I_1 = 6\mu A$$

$$6\mu A = I_1$$

En el “nodo a” vemos que entra $6\mu A$, pero sale $2\mu A$, en este caso I_2 debe salir del nodo para que se cumpla la ley.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale} \rightarrow I_2 = 6\mu A - 2\mu A$$

$$6\mu A = 2\mu A + I_2 \rightarrow I_2 = 4\mu A$$

En el “nodo c” vemos que entra I_2 ($4\mu A$) y I_3 ($1.5\mu A$), en este caso I_4 debe salir del nodo para que se cumpla la ley.

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$4\mu A + 1.5\mu A = I_4$$

$$I_4 = 4\mu A + 1.5\mu A$$

$$I_4 = 5.5\mu A$$

2.4.3 SIMPLIFICACIÓN DE FUENTES

La simplificación de fuentes en circuitos eléctricos sirve para reducir un circuito complejo a una forma más sencilla, facilitando su análisis y resolución.

Simplificación de fuentes de voltaje

Podemos inspirarnos en la LVK para simplificar fuentes de voltaje, pero para hacerlo debe cumplir dos condiciones, **las fuentes de voltaje solo pueden simplificarse al estar conectada por un solo nodo y ese nodo debe unir únicamente a dos elementos**, es decir, dos fuentes de voltaje unidas por un nodo como vemos en las Figuras 2.108 y 2.109, además **deben tener la misma corriente** (esto significa que deben estar **conectadas en serie**). Después, al igual que hacíamos con Kirchhoff marcábamos una dirección de cada fuente (trazar una flecha que atraviesa desde el terminal negativo hasta el terminal positivo de cada fuente como vemos en la Figura 2.108 y Figura 2.109).

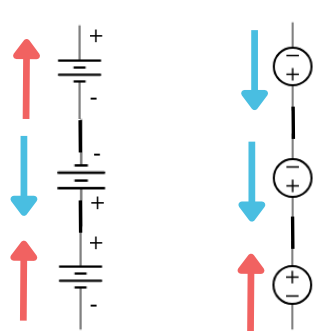


Figura 2.108

[Definición de la
dirección de cada fuente]

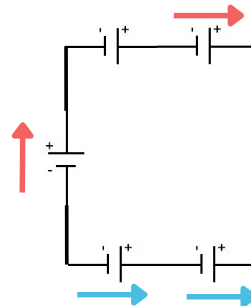


Figura 2.109

[Definición de la
dirección de cada fuente]

Las flechas por lo general expresan a que dirección esta siendo empujada la corriente, en caso de tener direcciones contrarias se restan, pero si tienen la misma dirección se suman.

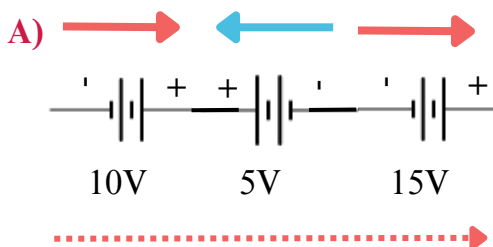


Figura 2.110 [Sumatoria de tres fuentes]

Sumaremos la flecha de color rojo
y restaremos la flecha de color azul

$$10V - 5V + 15V = 20V$$

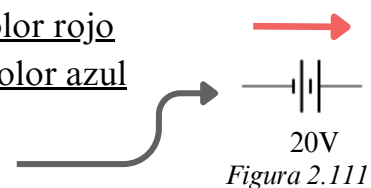


Figura 2.111

Predomina la polaridad o la flecha de color rojo al tener una respuesta positiva y al sumar las flechas rojas

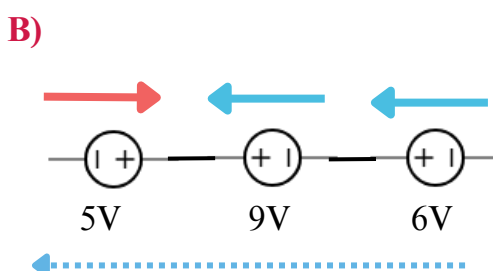


Figura 2.112 [Sumatoria de tres fuentes]

Sumaremos la flecha de color rojo
y restaremos la flecha de color azul

$$5V - 9V - 6V = -10V$$

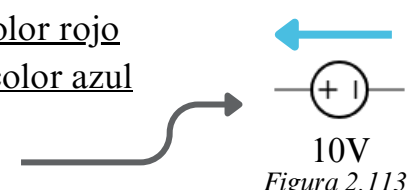


Figura 2.113

Si hay un signo negativo al sumar las flechas de color rojo significa que predomina la polaridad opuesta, es decir, la flecha de color azul.

79 III Leyes de Kirchhoff

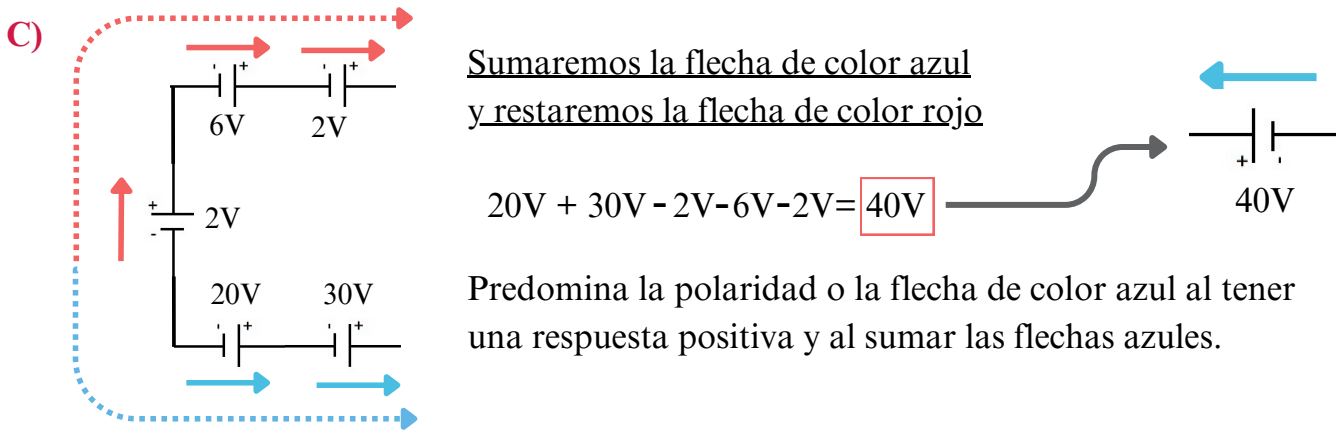


Figura 2.114 [Sentido de cuatro fuentes]

Ejemplos:

- Obtener la corriente que tiene cada resistencia con los datos y circuito eléctrico dado.

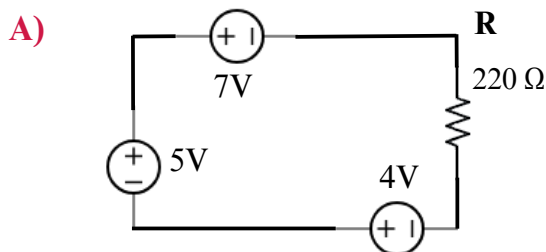


Figura 2.115 [Simplificación de fuentes, ejemplo 1]

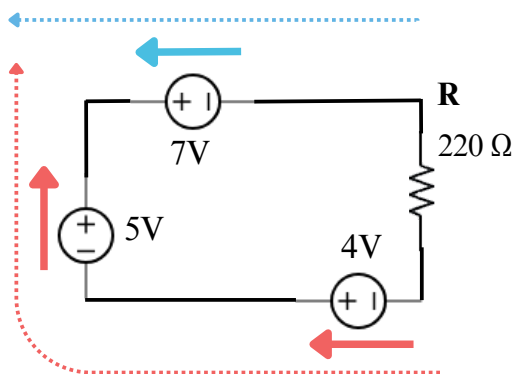


Figura 2.116 [Análisis del ejemplo 1]

Sumaremos la flecha de color rojo y restaremos la flecha de color azul

$$5V + 4V - 7V = 2V$$

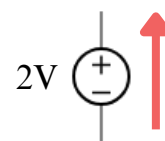


Figura 2.117 [Ecuación del ejemplo 1]

Predomina la flecha de color rojo al tener una respuesta positiva y al sumar las fuentes que cuentan con la dirección de la misma flecha.

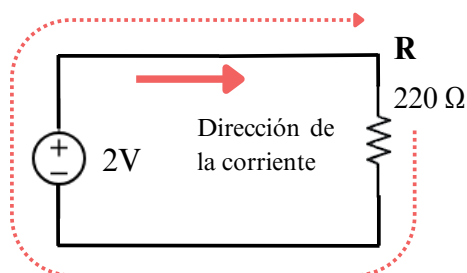


Figura 2.118 [Esquema simplificado del ejemplo 1]

Aplicamos la ley de ohm y el voltaje de la resistencia será el mismo de la fuente, se comprueba con LVK.

$$I_R = \frac{V_R}{R}$$

$$I_R = \frac{2V}{220\Omega}$$

$$I_R = 0.00909A$$

$$I_R = 9.09mA$$

B)

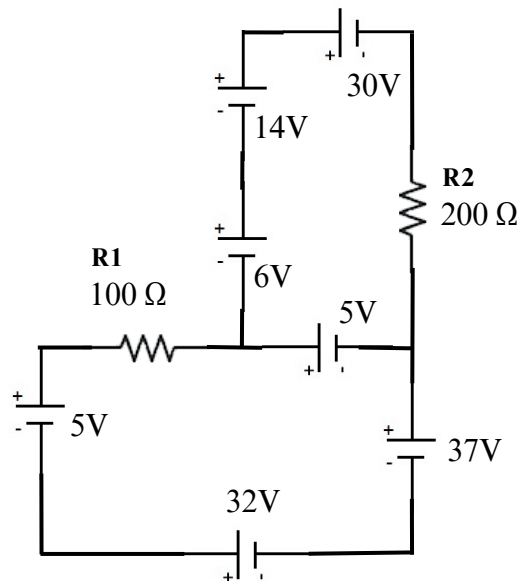


Figura 2.119 [Ejemplo 2]

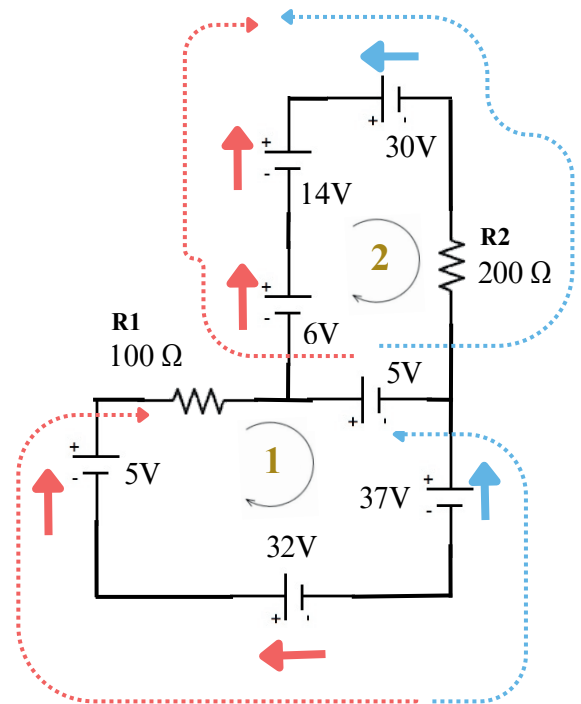


Figura 2.120 [Análisis del ejemplo 2]

Solo se simplifican las fuentes que están únicamente unidas por un nodo que une a dos elementos, es decir, no tiene ramificaciones y es una fuente detrás de otra unidas por un único nodo, pero en esta simplificación lo haremos por mallas (Figura 2.120).

Malla 1

Sumaremos la flecha de color rojo y restaremos la flecha de color azul

$$5V + 32V - 37V = 0V$$

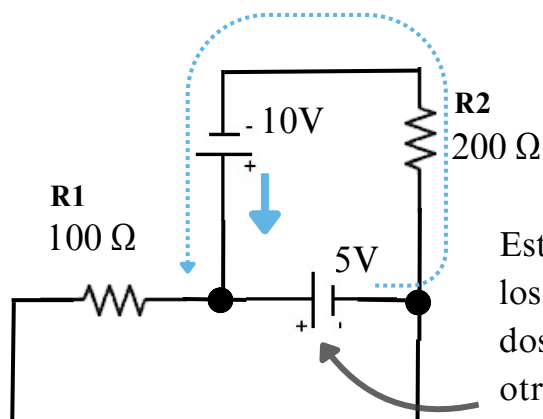
Todas las fuentes se anulan entre sí, es decir, todas esas fuentes se eliminan del circuito.

Malla 2

Sumaremos la flecha de color rojo y restaremos la flecha de color azul

$$6V + 14V - 30V = -10V$$

Predomina la flecha de color azul al tener una respuesta negativa y al sumar las fuentes que cuentan con la dirección de la flecha roja.



Lo más simplificado posible se lo puede observar en la Figura 2.121.

Esta fuente NO se puede simplificar porque a los nodos que está conectado unen a más de dos elementos, es decir, no está en serie con otra fuente.

Figura 2.121 [Esquema simplificado del ejemplo 2]

81 III Leyes de Kirchhoff

Para hallar el voltaje de cada resistencia solo usaremos LVK (Figura 2.122)

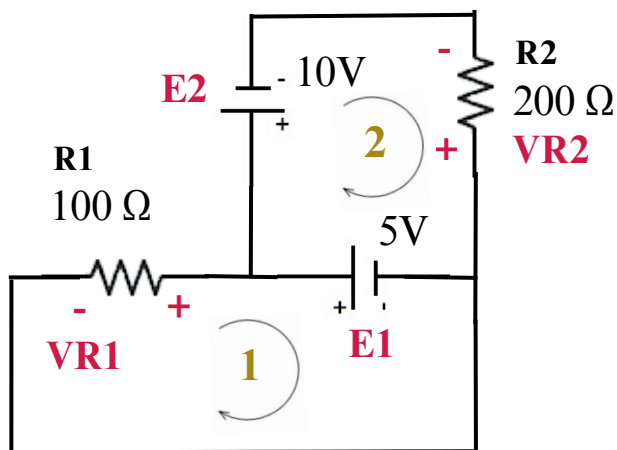


Figura 2.122 [Análisis del esquema simplificado]

Si colocamos la polaridad de la caída de voltaje (resistor) de manera equívoca no afectará en la magnitud del resultado solo se invertirá su signo (-).

Para hallar VR1 usaremos la malla 1

$$\Sigma V = 0$$

$$V_{R1} - E_2 = 0$$

$$V_{R1} - 5V = 0$$

$$V_{R1} = 5V$$

Para hallar VR2 usaremos la malla 2

$$\Sigma V = 0$$

$$E_1 - E_2 + V_{R2} = 0$$

$$V_{R2} = E_2 - E_1$$

$$V_{R2} = 10V - 5V$$

$$V_{R2} = 5V$$

Para hallar la corriente de cada resistencia solo aplicaremos la ley de ohm.

Corriente de la resistencia de 100Ω

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R1}$$

$$I_{R1} = \frac{5V}{100\Omega}$$

$$I_{R1} = 0.05A$$

$$I_{R1} = 50mA$$

Corriente de la resistencia de 200Ω

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R2}$$

$$I_{R2} = \frac{5V}{200\Omega}$$

$$I_{R2} = 0.025A$$

$$I_{R2} = 25mA$$

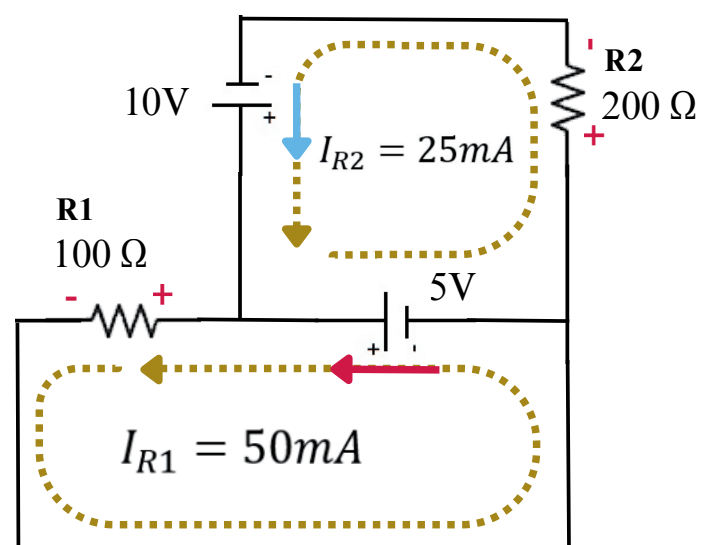


Figura 2.123 [Análisis del esquema simplificado]

La corriente atraviesa de (- a +) del elevador de voltaje (fuente) y va de (+ a -) del elemento de caída de voltaje (resistor) como se ve en la Figura 2.123.

Simplificación de fuentes de corriente

Podemos inspirarnos en la LCK para simplificar fuentes de corriente, pero para hacerlo debe cumplir dos condiciones, **las fuentes de corriente solo pueden simplificarse al estar conectadas por dos nodos que unen a dos o más elementos y cada uno de estos nodos unen a los terminales de cada fuente**, es decir, dos fuentes de corriente que están conectados extremo con extremo, además **deben tener el mismo voltaje** (esto significa que deben estar **conectadas en paralelo**) como vemos en la Figura 2.124. Después, al igual que hacíamos con Kirchhoff marcábamos la dirección de la corriente hacia un nodo.

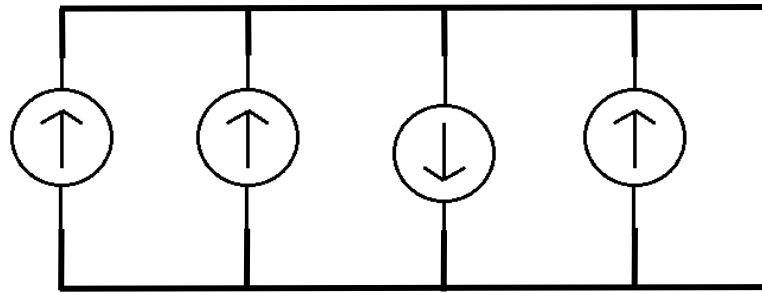


Figura 2.124 [Fuentes de corriente en paralelo]

Como vemos en la Figura 2.125 las fuentes 1, 2 y 4 de corriente suministran corriente al “nodo A”, es decir, hace que entren corriente al nodo, pero la fuente 3 hace que salga corriente del nodo A, si aplicamos LCK obtendremos una **corriente resultante** y esa será nuestra fuente simplificada de corriente.

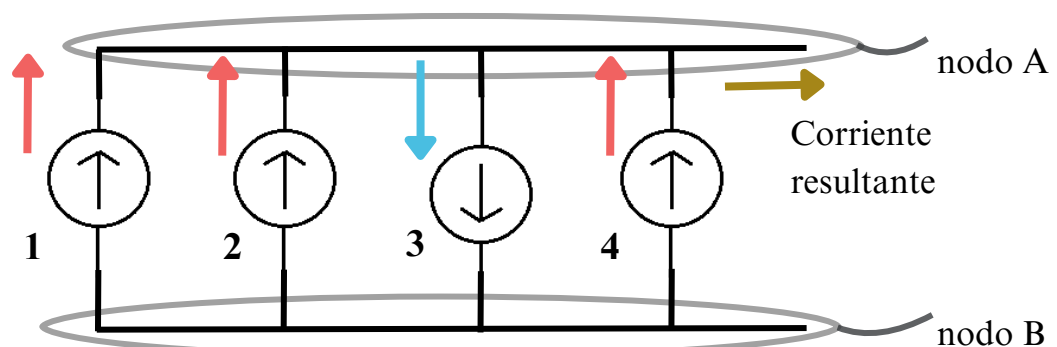


Figura 2.125 [Análisis de fuentes de corriente]

Si tienes varias fuentes de corriente conectadas en paralelo al mismo nodo, puedes sumar algebraicamente las corrientes (considerando la dirección de cada corriente). Si las corrientes tienen la misma dirección, las sumas; si tienen direcciones opuestas, las restas.

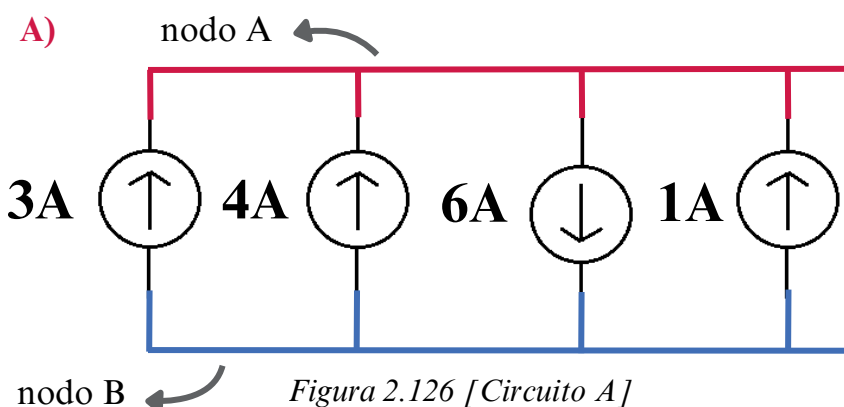


Figura 2.126 [Circuito A]

Sumamos las fuentes de corriente que hacen que la corriente entre al “nodo A” y restamos las opuestas.

$$3A + 4A - 6A + 1A = 2A$$

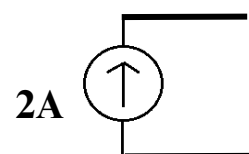
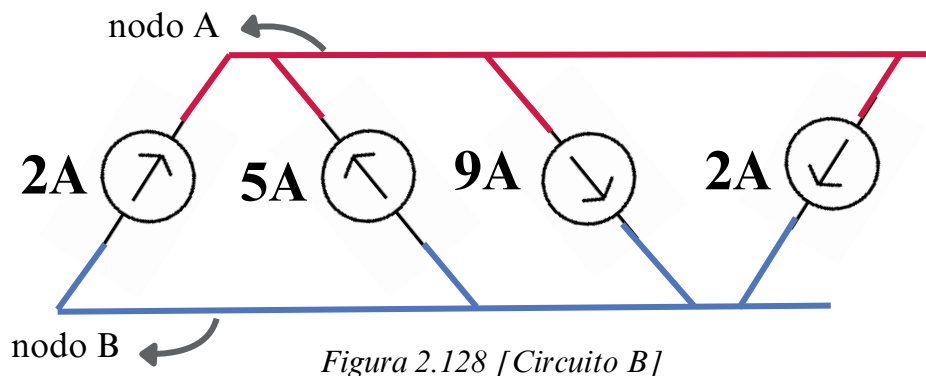


Figura 2.127 [Esquema simplificado]

B)



Sumamos las fuentes que hacen que la corriente entre al “nodo A” y restamos las opuestas.

$$2A + 5A - 9A - 2A = -4A$$

Si tenemos una respuesta negativa significa que la corriente sale del “nodo A”

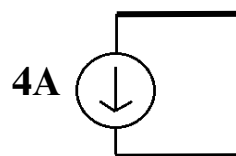
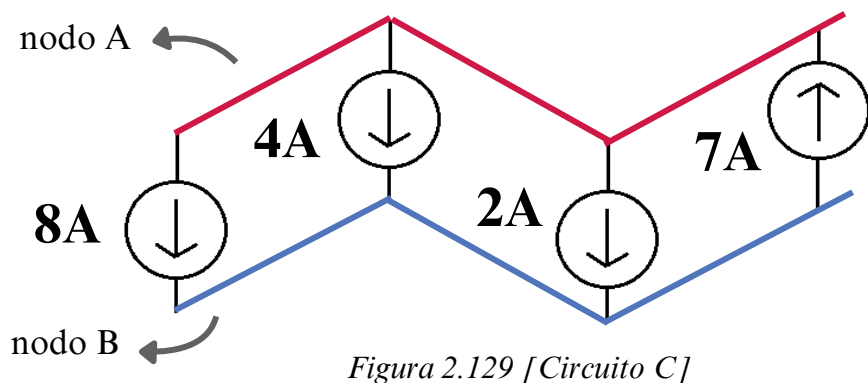


Figura 2.128.1 [Simplificación, Circuito B]

C)



Sumamos las fuentes que hacen que la corriente entre al “nodo B” y restamos las opuestas.

$$8A + 4A + 2A - 7A = 7A$$

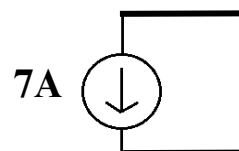
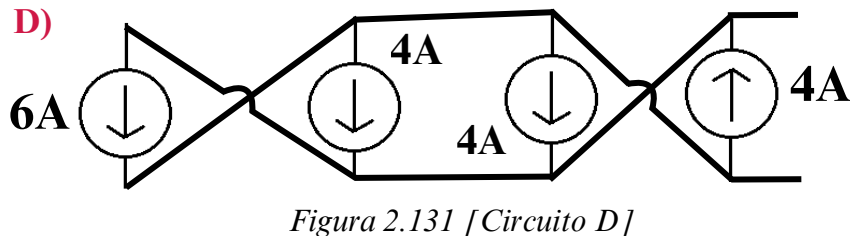
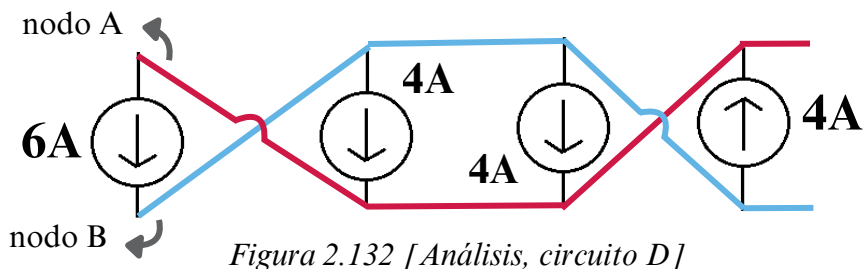


Figura 2.130 [Esquema simplificado]

D)



Podemos identificar fácilmente los nodos al saber qué elementos están conectados o siguiendo sus conexiones



Sumamos las fuentes que hacen que la corriente entre al “nodo B” y restamos las opuestas.

$$6A - 4A - 4A - 4A = -6A$$

Si tenemos una respuesta negativa significa que la corriente sale del “nodo B”

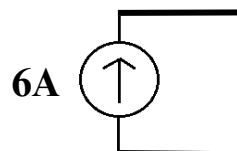


Figura 2.133 [Esquema simplificado]

Ejemplos:

- Obtener el voltaje que tiene cada resistencia con los datos y circuito eléctrico dado.

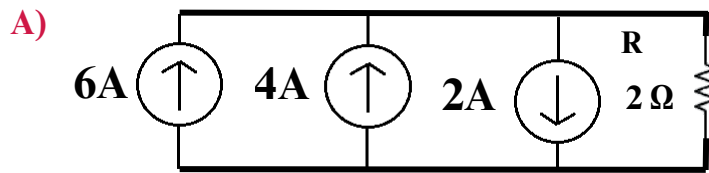


Figura 2.134

[Ejemplo 1]

Sumamos las fuentes de corriente que hacen que la corriente entre al “nodo A” como vemos en la Figura 2.135 y restamos las opuestas, obteniendo una fuente equivalente (Figura 2.136) y un circuito redibujado (Figura 2.137).

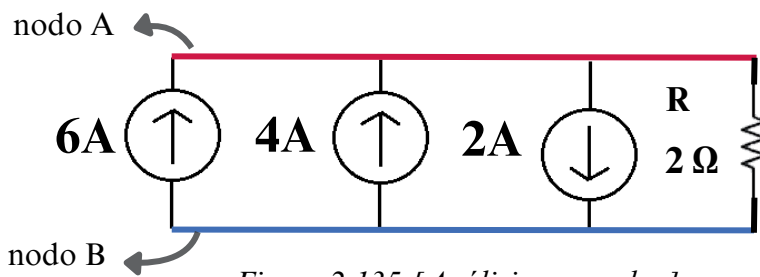


Figura 2.135 [Análisis por nodos]

$$6A + 4A - 2A = 8A$$



Figura 2.136 [Fuente equivalente]

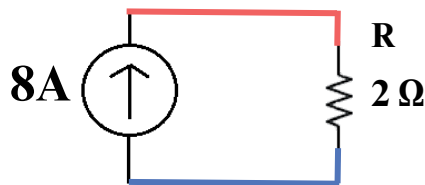


Figura 2.137 [Esquema equivalente]

Aplicamos la ley de ohm y la corriente de la resistencia será el mismo de la fuente, se comprueba con LCK.

Usamos la ley de ohm y calculamos el voltaje

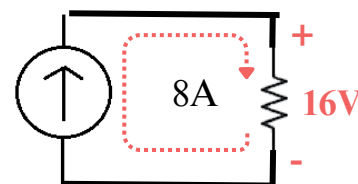


Figura 2.138 [Análisis equivalente]

$$V_R = I_R \cdot R$$

$$V_R = 8A \cdot 2\Omega$$

$$V_R = 16V$$

La polaridad del resistor se basa en la dirección de la corriente y al ser una caída de voltaje esta entra de (+ a -) como vemos en la Figura 2.138.

B)

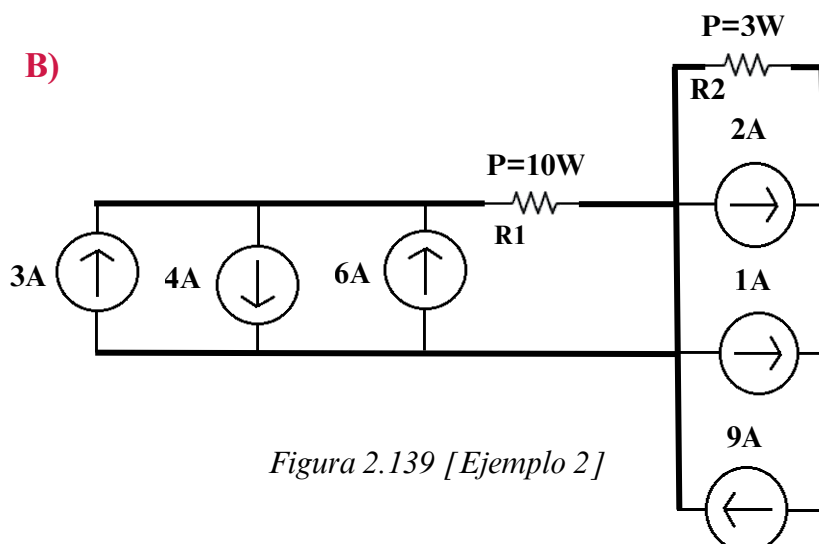
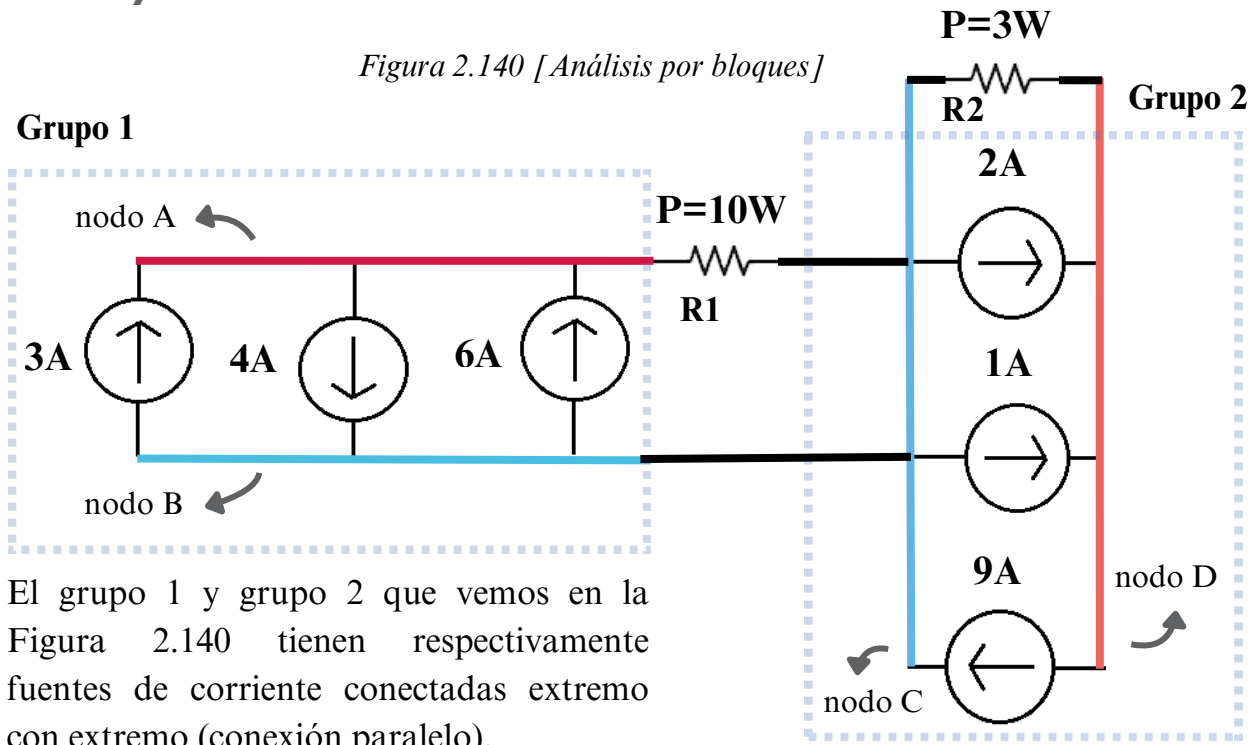


Figura 2.139 [Ejemplo 2]

Para simplificar las fuentes de corriente de la Figura 2.139, nos basaremos en cuáles fuentes de corriente cumple los requisitos (conectados en paralelo) e identificaremos los nodos en que las fuentes de corriente influyen.

85 III Leyes de Kirchhoff

Figura 2.140 [Análisis por bloques]



El grupo 1 y grupo 2 que vemos en la Figura 2.140 tienen respectivamente fuentes de corriente conectadas extremo con extremo (conexión paralelo).

Grupo 1

Sumamos las fuentes de corriente que hacen que la corriente entre al “nodo A” y restamos las opuestas.

$$3A - 4A + 6A = 5A$$



Figura 2.141 [Fuente equivalente, Grupo1]

Grupo 2

Sumamos las fuentes de corriente que hacen que la corriente entre al “nodo C” y restamos las opuestas.

$$9A - 1A - 2A = 6A$$

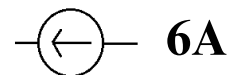


Figura 2.142 [Fuente equivalente, Grupo2]

Entonces, una vez simplificada las fuentes (Figura 2.141 y Figura 2.142) nos daría un circuito equivalente como vemos en la Figura 2.143:

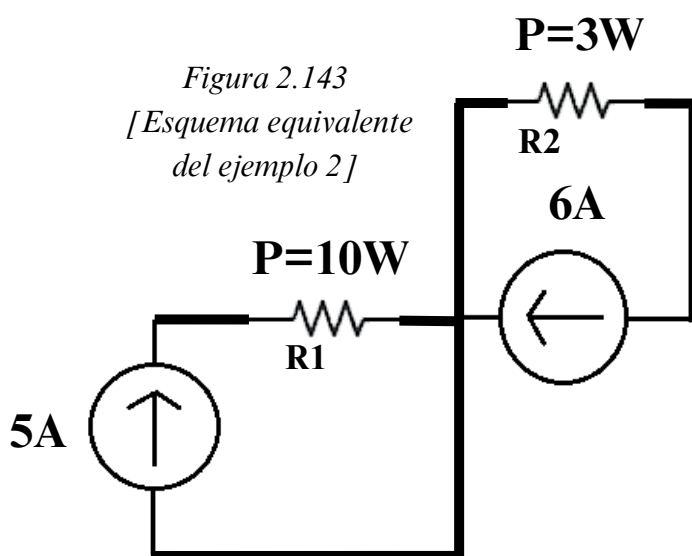


Figura 2.143
[Esquema equivalente
del ejemplo 2]

Para saber cuánta corriente pasa en cada resistor simplemente aplicamos LCK en cada nodo del circuito y notaremos algunas cosas interesantes.

Analizando la Figura 2.144, tenemos lo siguiente:

Vemos a un nodo que une a dos elementos donde entra I_1 y sale I_{R1} , por lo tanto:

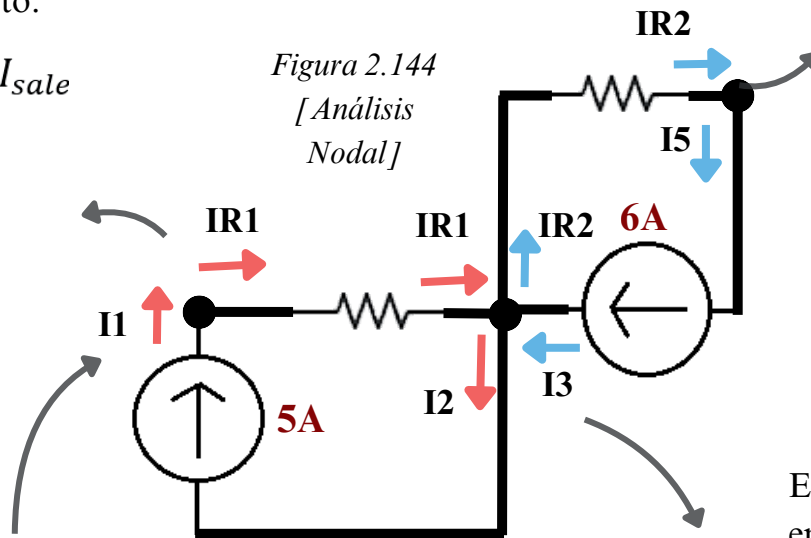
$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_1 = I_{R1}$$

$$I_{R1} = 5A$$

I_1 tendrá el valor que suministra la fuente de corriente al nodo.

Figura 2.144
[Análisis Nodal]



$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_{R2} = I_5$$

$$I_{R2} = 6A$$

$$\Sigma I_{entra} = \Sigma I_{sale}$$

$$I_{R1} + I_3 = I_{R2} + I_2$$

$$5A + 6A = 6A + 5A$$

$$11A = 11A$$

En este nodo vemos que entra I_{R1} y I_3 (tendrá el mismo valor de la fuente de corriente de la cual sale), pero sale I_{R2} y I_2 (tendrá el mismo valor de la fuente de corriente a la cual regresa).

Notemos que los resistores nos dan la potencia que consumen, pero si queremos encontrar el voltaje debemos partir de la fórmula antes presentada de la sección 1.3.4, la cual es $P=V \cdot I$

Voltaje de la resistencia de $P=10W$

$$V_{R1} = \frac{P_{R1}}{I_{R1}}$$

$$V_{R1} = \frac{10W}{5A}$$

$$V_{R1} = 2V$$

Voltaje de la resistencia de $P=3W$

$$V_{R2} = \frac{P_{R2}}{I_{R2}}$$

$$V_{R2} = \frac{3W}{6A}$$

$$V_{R2} = 0.5V$$

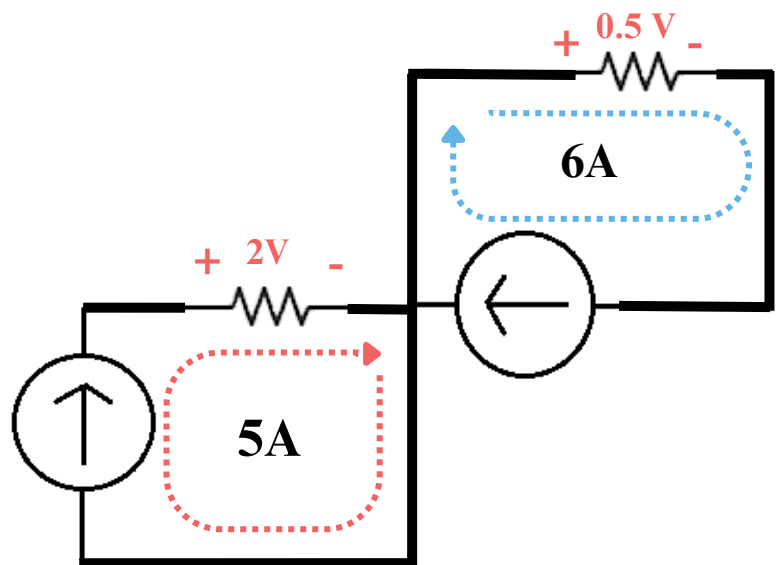


Figura 2.145 [Esquema con polaridades]

La polaridad del resistor se basa en la dirección de la corriente y al ser una caída de voltaje esta entra de (+ a -), pues podemos verlo en la Figura 2.145.

Algunas consideraciones...

No se pueden conectar extremos con extremos las fuentes de voltaje de diferente valor (conexión en paralelo) porque están diseñadas para mantener un voltaje constante, no para adaptarse al voltaje de otra fuente

Una fuente termina compensando a otra (Figura 2.146 y Figura 2.147), donde cada fuente intentará establecer su propio voltaje. Solo se podrían conectar en paralelo si ambas fuentes de voltaje tienen el mismo valor (Figura 2.148), cumpliendo así LKV.

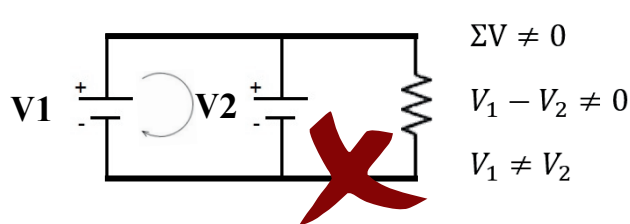


Figura 2.146 [Ejemplo erróneo 1]

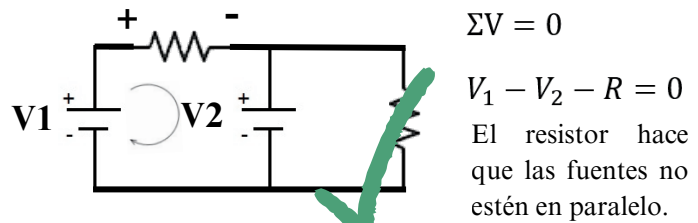


Figura 2.148 [Ejemplo correcto 1]

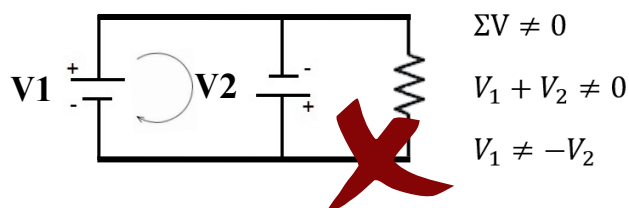


Figura 2.147 [Ejemplo erróneo 2]

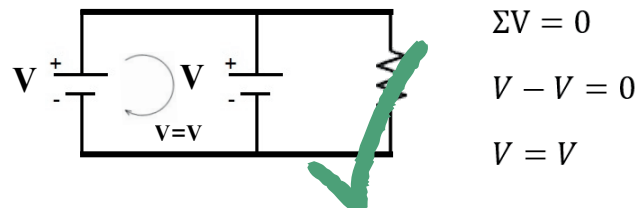


Figura 2.149 [Ejemplo correcto 2]

Si las fuentes de corriente se conectan una detrás de otra, pero junto a un nodo que solo une a las dos fuentes (conexión serie) y tienen valores diferentes, cada fuente intentará imponer su corriente fija en el circuito.

Si las fuentes de corriente en serie tienen valores diferentes, no pueden suministrar corriente ambas al mismo tiempo (Figura 2.150 y Figura 2.151). La corriente a través de los elementos en serie debe ser la misma (Figura 2.152) para cumplir LCK.

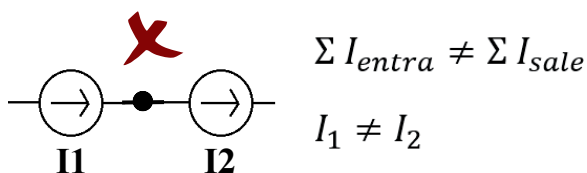


Figura 2.150 [Ejemplo erróneo 3]

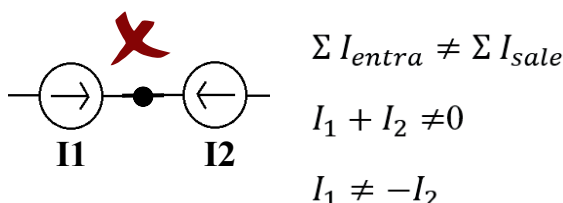


Figura 2.151 [Ejemplo erróneo 4]

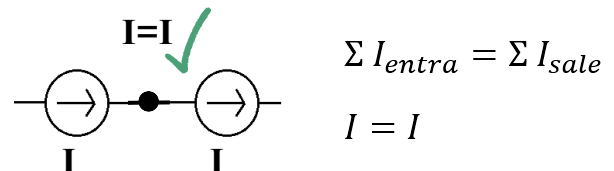


Figura 2.152 [Ejemplo correcto 3]

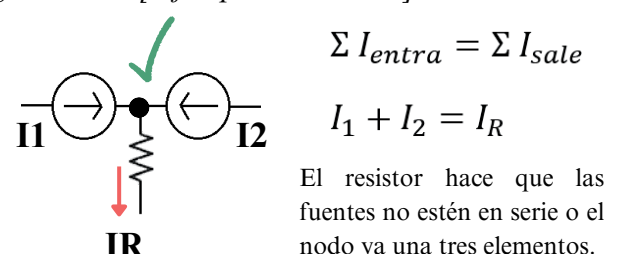


Figura 2.153 [Ejemplo correcto 4]

2.5

RESISTORES EN SERIE Y DIVISOR DE VOLTAJE

Es fundamental para analizar circuitos, tener en claro el concepto de componentes en serie y la regla del divisor de corriente. La cual se da únicamente cuando elementos se encuentran en esta conexión.

2.5.1 RESISTORES EN SERIE

Dos o más elementos se encuentran en serie cuando está uno a continuación del otro, consecutivamente como vemos en la Figura 2.154, Figura 2.155 y Figura 2.157, además no hay ningún tipo de interrupciones (una interrupción se refiere a lo visto en la Figura 2.156).

Ejemplo:

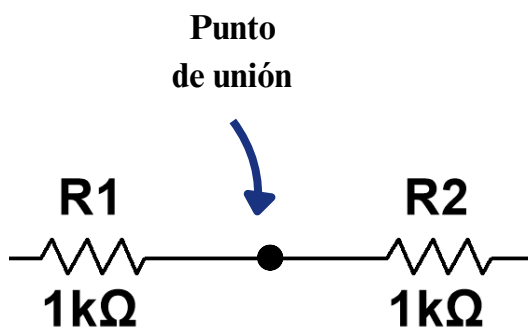


Figura 2.154 [Resistores en serie]

Uno detrás del otro ✓
 No hay interrupciones ✓
 Circuito serie ✓

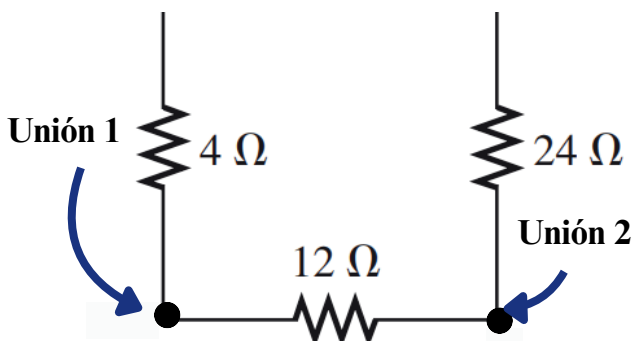


Figura 2.155 [Resistores en serie]

Cada uno detrás del otro ✓
 No hay interrupciones ✓
 Circuito serie ✓

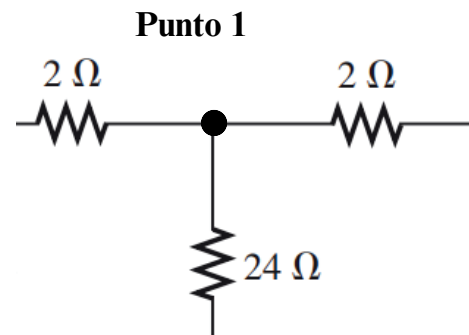


Figura 2.156 [Empalme de resistores]

Uno detrás del otro ✓
 No hay interrupciones ✗
 Circuito serie ✗

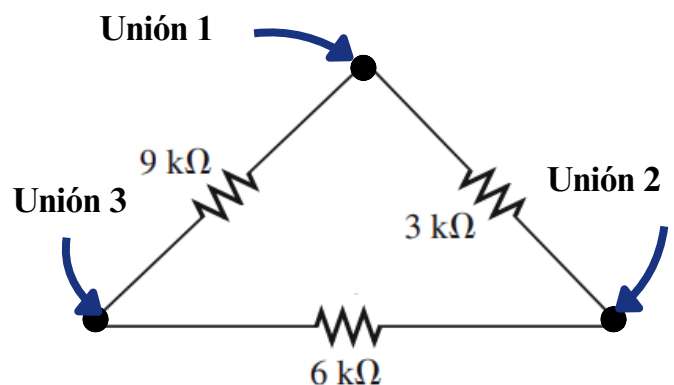


Figura 2.157 [Resistores en serie]

Cada uno detrás del otro ✓
 No hay interrupciones ✓
 Circuito serie ✓

SIMPLIFICACIÓN DE CIRCUITOS EN SERIE

Si deseamos calcular la resistencia total o equivalente de un circuito serie, deberemos utilizar la fórmula a continuación:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

En general, para calcular cualquier resistencia equivalente en serie siempre usaremos esta misma fórmula. Independientemente del número de resistores del circuito

Ejemplo:

- Calcular la resistencia total del siguiente circuito (Figura 2.158):

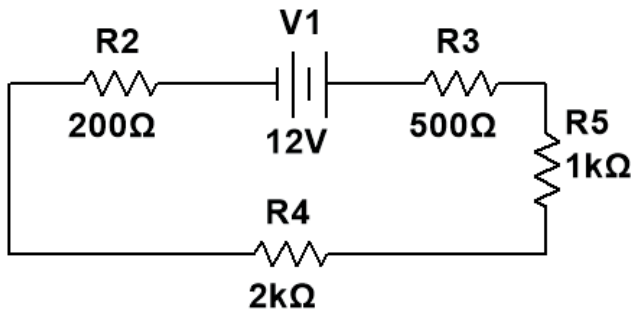


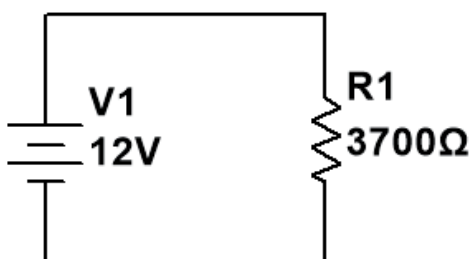
Figura 2.158 [Circuito serie, Ejemplo 1]

Para este ejercicio aplicaremos la fórmula antes dada, entonces:

- Identificamos que todas las resistencias están una a continuación de otra y sin interrupciones.
- Aplicamos la fórmula antes dada y obtenemos la resistencia equivalente.
- Cabe aclarar que el orden de los resistores no afecta de ninguna manera el cálculo.

Formulamos	Remplazamos	Calculamos
$R_{eq} = R_1 + R_2$ $\dots + R_n$	$R_{eq} = 200 + 500 + 1000 + 2000$	$R_{eq} = 3700 \Omega$

Por consiguiente podremos redibujar un circuito equivalente (Figura 2.159) con un solo elemento resistivo:



Este método únicamente funcionará con circuitos en serie puros, o únicamente con las secciones en serie de circuitos mixtos. Por lo que identificar adecuadamente el tipo de circuito es vital para resolverlos y analizarlos

Figura 2.159 [Circuito equivalente del ejemplo 1]

2.5.2 LEY DEL DIVISOR DEL VOLTAJE

Esta ley es una derivación de la ley de ohm adaptada únicamente para circuitos en serie de 2 o más elementos, en los que solo se tiene el voltaje total aplicado. Por lo que es útil para encontrar los voltajes parciales de los elementos con una fórmula universal.

$$V_{R_x} = V_T \cdot \frac{R_x}{R_T}$$

En general, para calcular cualquier resistencia equivalente en serie siempre usaremos esta misma fórmula. Independientemente del número de resistores del circuito

Demostración:

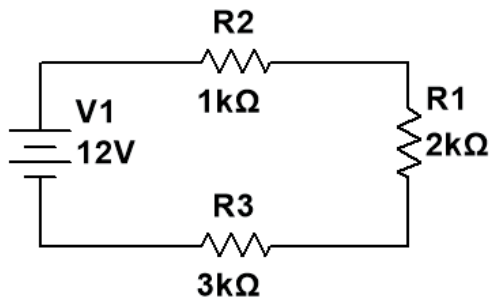


Figura 2.160 [Circuito serie, Demostración]

$$I_{eq} = I_{R1} = I_{R2} = I_{R3}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$I_T = V_T \div R_T$$

$$V_{R_x} = I_T \cdot R_x$$

$$V_{R_x} = R_x \cdot \frac{V_T}{R_T}$$

En este circuito (Figura 2.160) con resistencias en serie, explicaremos de dónde parte la fórmula antes explicada y por qué sirve en cualquier circuito puramente en serie.

Para empezar, deberemos tomar en cuenta que una corriente fluye por igual dentro de todos los elementos en este tipo de circuitos.

Para calcular esta corriente deberemos tener una resistencia equivalente, que como explicamos será la suma de todas las del circuito.

Dividiendo el voltaje para la resistencia equivalente obtendremos la corriente total.

Por lo que nos basamos en la ley de ohm para encontrar el voltaje de cualquier resistencia.

Ejemplo:

- Tomando de nuevo como ejemplo la Figura 2.160, obtener el voltaje de cada resistencia usando la regla divisora de corriente.

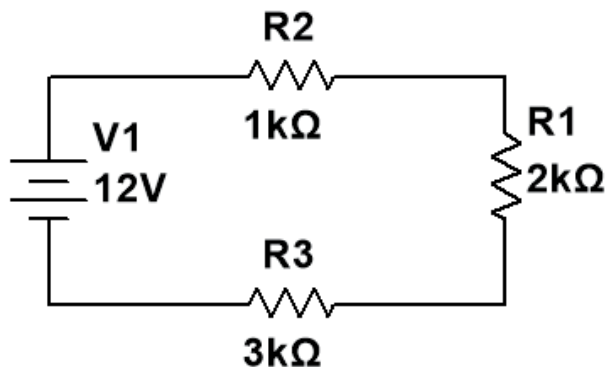


Figura 2.160 [Circuito serie, Ejemplo 2]

Calculamos la resistencia equivalente o total ($R_T = R_{eq}$)

Formulamos	Remplazamos	Calculamos
$R_{eq} = R_1 + R_2$ $\dots + R_n$	$R_{eq} = 2000 + 1000 + 3000$	$R_{eq} = 6000 \Omega$

Ahora sustituimos en la regla divisora de voltaje

$$V_{RX} = R_X \cdot \frac{V_T}{R_T}$$

$$V_{R1} = R_1 \cdot \frac{V_T}{R_T} = 2000\Omega \cdot \frac{12V}{6000\Omega}$$

$$V_{R1} = 4V$$

$$V_{RX} = R_X \cdot \frac{V_T}{R_T}$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot \frac{V_T}{R_T} = 3000\Omega \cdot \frac{12V}{6000\Omega}$$

$$V_{R3} = 6V$$

$$V_{RX} = R_X \cdot \frac{V_T}{R_T}$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot \frac{V_T}{R_T} = 1000\Omega \cdot \frac{12V}{6000\Omega}$$

$$V_{R2} = 2V$$

2.6

RESISTORES EN PARALELO Y DIVISOR DE CORRIENTE

En el análisis de circuitos, además de encontrar, circuitos serie, encontraremos circuitos en paralelo, estos tienen diferente resolución a los circuitos serie, para ello, primero, diferenciemos un circuito paralelo.

2.6.1 RESISTORES EN PARALELO

Un circuito se encuentra en paralelo si dos o más componentes tienen dos puntos en común, como vemos en la Figura 2.161, Figura 2.162 y la Figura 2.164.

Ejemplo:

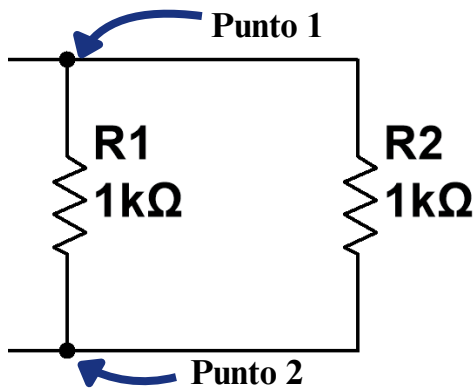


Figura 2.161 [Resistores en paralelo. 1]

2 puntos en comun ✓
circuito paralelo ✓

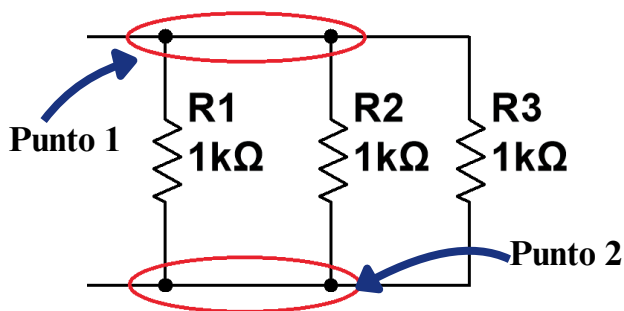


Figura 2.162 [Resistores en paralelo. 2]

2 puntos en comun ✓
circuito paralelo ✓

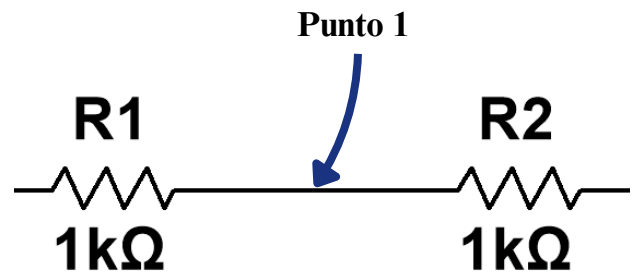


Figura 2.163 [Resistores en serie]

2 puntos en comun ✗
circuito paralelo ✗

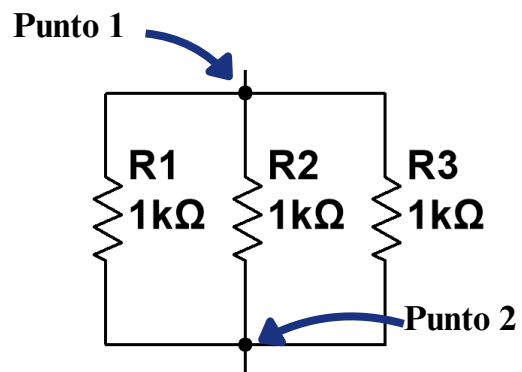


Figura 2.164 [Resistores en paralelo. 3]

2 puntos en comun ✓
circuito paralelo ✓

Se puede observar la diferencia entre un circuito en serie y uno en paralelo. En un circuito paralelo, además de cumplir con la condición de tener dos puntos en común, cada componente está conectado en rutas independientes. Esto significa que, si se interrumpe el flujo de corriente en uno de los componentes, el resto del circuito seguirá funcionando.

93 III Resistores en paralelo

En la Figura 2.165 podemos observar que las resistencias R1 y R2, se encuentran en serie entre ellas, pero las mismas se encuentran en paralelo a R3 debido a que existen 2 puntos en común entre el bloque y dicha resistencia, véase en la imagen. A esta configuración se la llama circuito mixto, no es mas que la unión de serie y paralelo.

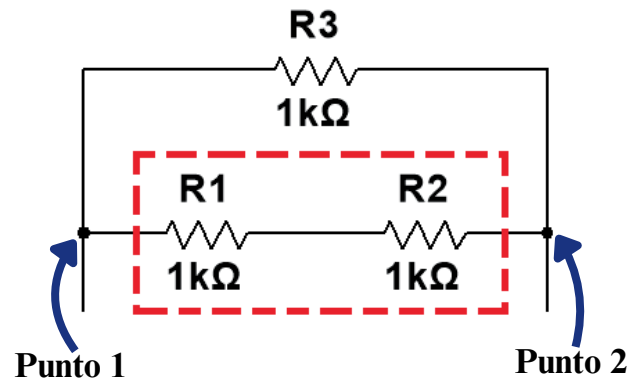


Figura 2.165

[Resistores en conexión mixta, ejemplo 1]

En la Figura 2.166 tiene como paralelo a las resistencias R1 y R2, pero estas se encuentran al mismo tiempo en serie a R3, es decir, el paralelo entre R1 y R2 esta en serie a R3 como se muestra en la imagen. Al igual que el ejemplo anterior, este es un circuito mixto.

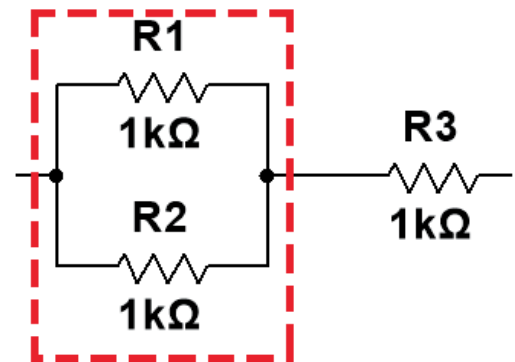


Figura 2.166

[Resistores en conexión mixta, ejemplo 2]

SIMPLIFICACION DE CIRCUITOS PARALELOS

Si deseamos calcular la resistencia total o equivalente de un circuito paralelo, simplemente aplicamos la siguiente fórmula:

$$R_{\text{Total}} = \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2}$$

Esta fórmula nos permite obtener la resistencia equivalente de 2 resistores en paralelo, se puede usar de manera seguida.

Ejemplo:

- Calcular la resistencia total del siguiente circuito (Figura 2.167):

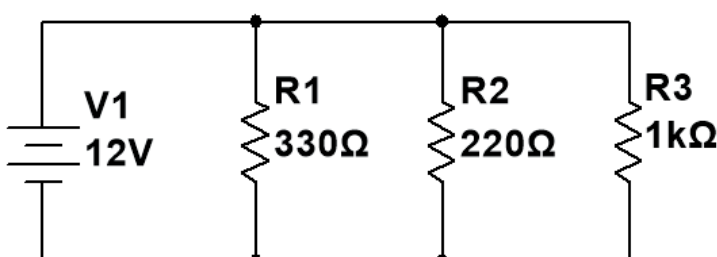


Figura 2.167 [Circuito paralelo, ejemplo 1]

Para la Figura 2.167 aplicaremos la fórmula antes dada, entonces:

- Primero calculamos una resistencia equivalente entre 2 resistencias diferentes, en este caso tomaremos R1 y R3, entonces:

Formulamos

$$R_{Eq1} = \frac{R1 \cdot R3}{R1 + R3}$$

Remplazamos

$$R_{Eq1} = \frac{330\Omega \cdot 1k\Omega}{330\Omega + 1k\Omega}$$

Calculamos

$$Req1 = 248.12 \Omega$$

Una vez obtenido Req1 podemos remplazar el paralelo entre R1 y R3, dando como resultado un circuito igual a la Figura 2.168, entonces:

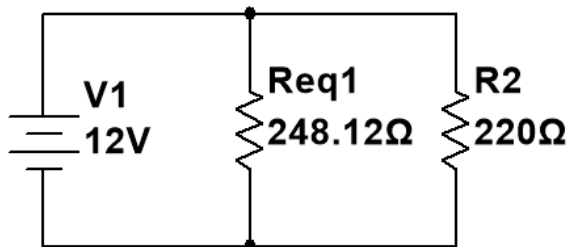


Figura 2.168 [Primera simplificación del ejemplo 1]

- Por último, nos queda un paralelo más, entonces, volvemos a aplicar la formula, ahora, entre Req1 y R2:

Formulamos

$$R_{Total} = \frac{R_{Eq1} \cdot R2}{R_{Eq1} + R2}$$

Remplazamos

$$R_{Total} = \frac{248.12\Omega \cdot 220\Omega}{248.12\Omega + 220\Omega}$$

Calculamos

$$R_{total} = 116.60 \Omega$$

Ahora sabemos que la resistencia total del circuito es 116.60 Ω y se puede redibujar dando como resultado un circuito equivalente igual a la Figura 2.169:

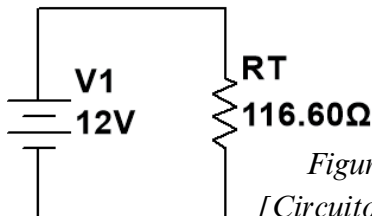


Figura 2.169
[Circuito equivalente del ejemplo 1]

De esta manera logramos reducir el circuito a un solo resistor equivalente, pero, ¿Si no deseamos usar dos veces la misma fórmula?. Para ello, podemos utilizar una única fórmula:

$$R_{Total} = \frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{Rn} \dots}$$

Esta fórmula nos permite obtener la resistencia equivalente o total de n cantidad de resistores en paralelo, para su uso debemos añadir la cantidad de resistores deseada en la parte del denominador de la fracción.

Ejemplo:

- Calcular la resistencia total del siguiente circuito:

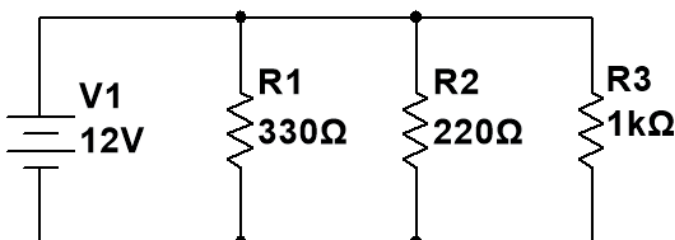


Figura 2.170 [Circuito paralelo, ejemplo 1]

Aplicaremos dicha fórmula para el ejemplo antes dado (Figura 2.170), entonces:

95 III Resistores en paralelo

Formulamos	Remplazamos	Calculamos
$R_{\text{Total}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$	$R_{\text{Total}} = \frac{1}{\frac{1}{330\Omega} + \frac{1}{220\Omega} + \frac{1}{1K\Omega}}$	$R_{\text{total}} = 160.60 \Omega$

Ambas fórmulas llegan al mismo resultado, utilízalas a tu comodidad y según creas conveniente.

La resistencia total de resistores en paralelo es siempre menor que el valor del resistor más pequeño.

CARACTERÍSTICAS DE LOS PARALELOS

En un circuito en paralelo, el voltaje es el mismo en todos los componentes porque cada componente está conectado directamente a los mismos puntos de entrada y salida del circuito, es decir, los extremos de cada componente están conectados a las mismas dos terminales o nodos. Entonces, nos aprovechamos de esta definición para obtener diferentes parámetros.

Ejemplo:

- Determinar la corriente que pasa a través de R2 de la Figura 2.171

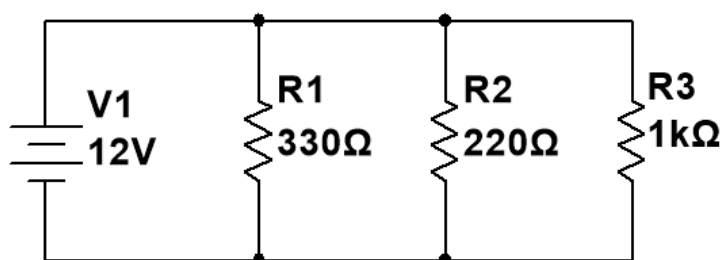


Figura 2.171 [Circuito paralelo, ejemplo 1]

Sabemos que el voltaje se mantiene en los componentes en un circuito paralelo:

$$V_1 = V_{R1} = V_{R2} = V_{R3}$$

entonces, aplicamos ley de Ohm:

Igualdad del paralelo:

$$V_1 = V_{R1} = V_{R2} = V_{R3}$$

Entonces:

$$V_{R1} = 12V$$

$$V_{R2} = 12V$$

$$V_{R3} = 12V$$

Datos:

$$V_{R2} = 12V$$

$$R_2 = 220 \Omega$$

Ecuación a usar:

$$I = \frac{V}{R}$$

Al remplazar los datos en la ecuación obtenemos:

$$I_{R2} = V_{R2} / R_2$$

$$I_{R2} = 12V / 220\Omega$$

$$I_{R2} = 54.54mA$$

2.6.2 DIVISOR DE CORRIENTE

La regla del divisor de corriente, nos permite determinar la corriente de cierto componente en un conjunto de ramas paralelas. No es necesario utilizar voltaje.

$$I_{R_X} = \frac{R_Y \cdot I_T}{R_X + R_Y}$$

Para dos ramas paralelas, la corriente a través de cualquier rama es igual al producto del otro resistor paralelo y la corriente de entrada dividido entre la suma de las dos resistencias en paralelo.

Ejemplos:

- **Determinar la corriente que pasa a través de R3 de la Figura 2.172**

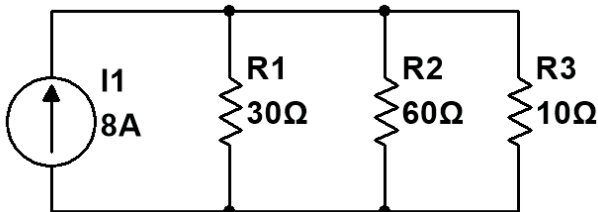


Figura 2.172 [Circuito paralelo, ejemplo 2]

La fórmula está diseñada para 2 ramas entonces:

- Primero calculamos el paralelo entre 2 resistencias ajenas a R3, en este caso calcularemos entre R1 y R2

$$R_{eq1} = \frac{30\Omega \cdot 60\Omega}{30\Omega + 60\Omega}$$

$$R_{eq1} = 20\Omega$$

Ahora con 2 ramas, como se observa en la Figura 2.173, podemos aplicar la fórmula divisora de corriente.

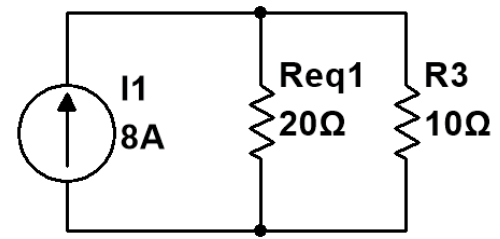


Figura 2.173

[Esquema simplificado del ejemplo 2]

- Aplicamos la fórmula:

Formulamos

$$I_{R3} = \frac{R_{eq1} \cdot I_T}{R_3 + R_{eq1}}$$

Remplazamos

$$I_{R3} = \frac{20\Omega \cdot 8A}{10\Omega + 20\Omega}$$

Calculamos

$$I_{R3} = 5.33mA$$

- **Determinar las corrientes parciales y voltaje de la fuente del siguiente circuito (Figura 2.174) :**

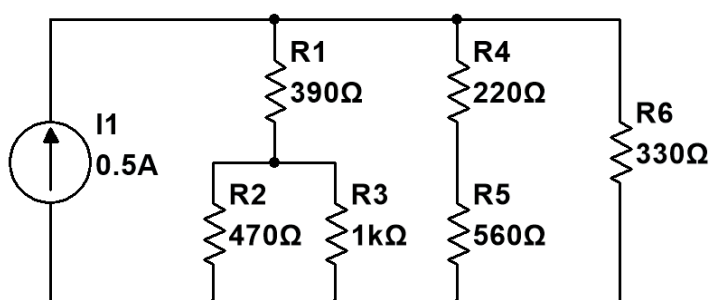


Figura 2.174 [Circuito mixto, ejemplo 3]

Para la resolución de este circuito mixto utilizaremos:

- Divisor de corriente
- Simplificación de paralelos
- Simplificación de series

97 III Divisor de corriente

Calculamos el serie entre R4 y R5:

$$Req1 = 220\Omega + 560\Omega$$

$$Req1 = 780\Omega$$

Calculamos el paralelo entre R2 y R3

$$Req2 = \frac{470\Omega \cdot 1K\Omega}{470\Omega + 1K\Omega}$$

$$Req2 = 319.72\Omega$$

Si redibujamos el circuito nos quedaría igual a la Figura 2.175.

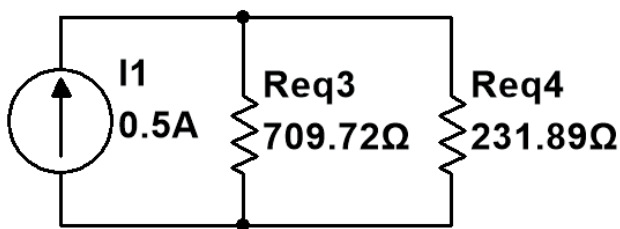


Figura 2.176

[Esquema simplificado del ejemplo 3]

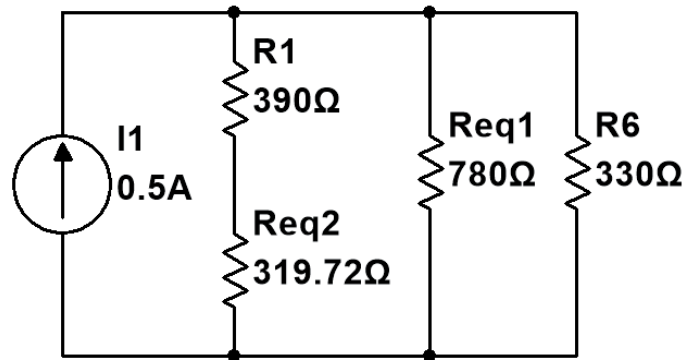


Figura 2.175

[Primer esquema simplificado del ejemplo 3]

Calculamos el serie entre R1 y Req2:

$$Req3 = 390\Omega + 319.72\Omega$$

$$Req3 = 709.72\Omega$$

Calculamos el paralelo entre R6 y Req1

$$Req4 = \frac{1}{\frac{1}{330\Omega} + \frac{1}{780\Omega}}$$

$$Req4 = 231.89\Omega$$

Al redibujar el circuito nos quedaría igual a la Figura 2.176.

Ahora que disponemos de 2 ramas, utilizamos la regla divisora de corriente:

Para Req 3:

$$I_{Req3} = \frac{R_{eq4} \cdot I_T}{R_{eq3} + R_{eq4}}$$

$$I_{Req3} = \frac{231.89\Omega \cdot 500mA}{709.72\Omega + 231.89\Omega}$$

$$I_{Req3} = 123.13mA$$

Para Req 4:

$$I_{Req4} = \frac{R_{eq3} \cdot I_T}{R_{eq3} + R_{eq4}}$$

$$I_{Req4} = \frac{709.72\Omega \cdot 500mA}{709.72\Omega + 231.89\Omega}$$

$$I_{Req4} = 376.86mA$$

Con las corrientes de rama, entonces, regresamos al circuito original (Figura 2.177), mientras calculamos las corrientes parciales:

Por definición sabemos que en serie la corriente no cambia entonces:

$$I_{Req3} = I_{R1} = I_{Req2}$$

$$I_{R1} = 123.13mA$$

$$I_{Req2} = 123.13mA$$

Para corriente de Req1 y R6, utilizaremos divisor de corriente con I_{Req4} ya que es la corriente de entrada:

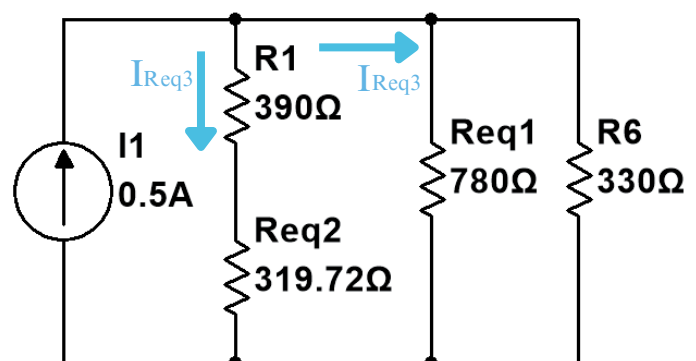


Figura 2.177

[Primer esquema simplificado del ejemplo 3]

Para Req 1:

$$I_{Req1} = \frac{R6 \cdot I_{Req4}}{R_{eq1} + R6}$$

$$I_{Req1} = \frac{330\Omega \cdot 376.86mA}{780\Omega + 330\Omega}$$

$$I_{Req1} = 112.03mA$$

Para R6:

$$I_{R6} = \frac{R_{eq1} \cdot I_{Req4}}{R_{eq1} + R6}$$

$$I_{R6} = \frac{780\Omega \cdot 376.86mA}{780\Omega + 330\Omega}$$

$$I_{R6} = 264.82mA$$

Con las corrientes de cada rama calculadas (Figura 2.178) podemos deducir que:

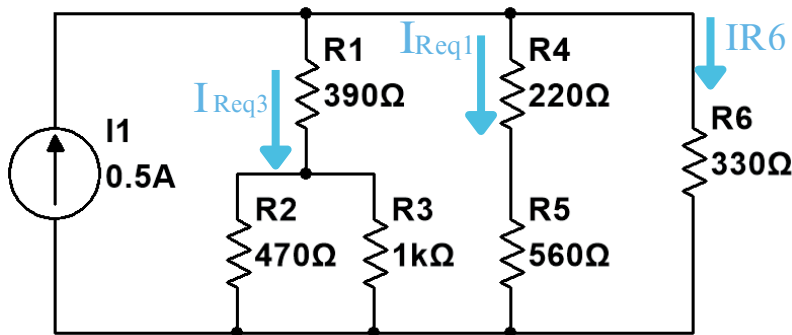


Figura 2.178

[Ejemplo 3 con dirección de intensidades]

En circuito serie la corriente no cambia entonces:

$$I_{Req1} = I_{R4} = I_{R5}$$

$$I_{R4} = 112.03mA$$

$$I_{R5} = 112.03mA$$

Por último, para calcular las corrientes restantes, volvemos a usar divisor de corriente con I_{Req3} como corriente de entrada:

Para R2:

$$I_{R2} = \frac{R3 \cdot I_{Req3}}{R2 + R3}$$

$$I_{R2} = \frac{1K\Omega \cdot 123.13mA}{470\Omega + 1K\Omega}$$

$$I_{R2} = 83.76mA$$

Para R3:

$$I_{R3} = \frac{R2 \cdot I_{Req3}}{R2 + R3}$$

$$I_{R3} = \frac{470\Omega \cdot 123.13mA}{470\Omega + 1K\Omega}$$

$$I_{R3} = 39.36mA$$

Al tabular los datos obtenemos:

Resistor	Corriente
R1	123.13mA
R2	83.76mA
R3	39.36mA
R4	112.03mA
R5	112.03mA
R6	264.82mA

De esta manera hemos obtenido las corrientes de todos los resistores, haciendo uso de simplificaciones y divisor de corriente.

Por último, analizaremos el voltaje del circuito haciendo uso de la definición antes dada:

En un circuito en paralelo, el voltaje es el mismo en todos los componentes

Entonces:

99 III Divisor de corriente

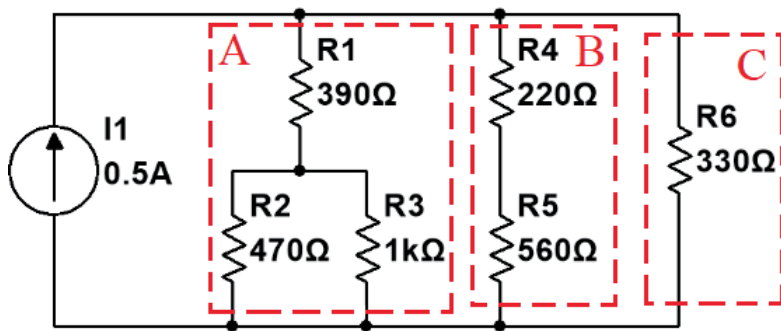


Figura 2.179 [Análisis por bloques del ejemplo 3]

Como vemos en la Figura 2.179, el bloque A, B y C, están en paralelo, por lo tanto, el voltaje en cada bloque es el mismo:

$$V_{I1} = V_A = V_B = V_C$$

Podemos calcular el voltaje de la fuente I_1 utilizando solo el bloque C. Sabemos que el voltaje de la fuente abastece a cada bloque, entonces, el bloque C al poseer una sola resistencia podemos calcular el voltaje de la fuente usando su corriente y resistencia, aplicamos ley de ohm:

Datos:

$$I_{R6} = 264.82\text{mA}$$

$$R_6 = 330\Omega$$

Ecuación a usar:

$$V = I * R$$

Al remplazar los datos en la ecuación obtenemos:

$$V_{I1} = 264.82\text{mA} \cdot 330\Omega$$

$$V_{I1} = 87.39\text{V}$$

Hemos calculado el voltaje de la fuente haciendo uso de las definiciones de los circuitos paralelos.

EJERCICIOS

- En el siguiente circuito calcular:

A) Resistencia total

B) Corriente total

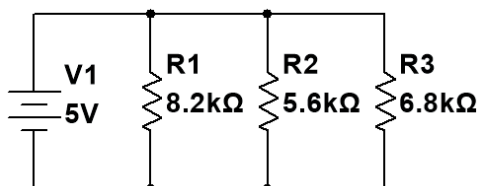


Figura 2.180 [Circuito paralelo, ejercicio 1]

- En el siguiente circuito determine:

A) Resistencia total

B) Voltaje de la fuente

C) Corriente de R_3

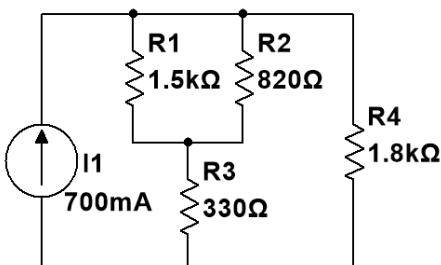


Figura 2.181 [Circuito mixto, ejercicio 2]

- En el siguiente circuito calcular:

A) Resistencia total

B) Corrientes parciales, utilice divisor de corriente

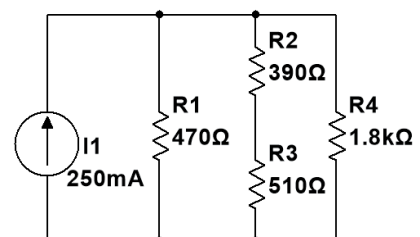


Figura 2.182 [Circuito mixto, ejercicio 3]

- En el siguiente circuito determinar:

A) Resistencia total

B) Corrientes y tensiones parciales

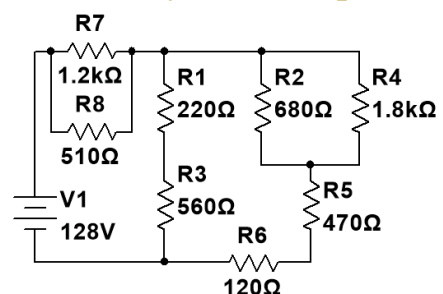


Figura 2.183 [Circuito mixto, ejercicio 4]

2.7

TEOREMA DE KENNELLY

El Teorema de Kennelly, también conocido como transformación estrella-triángulo (o transformación Y- Δ y Δ -Y), es una técnica útil en el análisis de circuitos eléctricos. Sirve para convertir un conjunto de resistencias conectadas en forma de triángulo (Δ) en un conjunto equivalente en forma de estrella (Y), y viceversa.

Pero antes de entender las fórmulas y transformaciones, primero debemos entender qué es una conexión estrella (Y) y una conexión triángulo (Δ).

2.7.1 CONEXIÓN ESTRELLA (Y)

- **Punto Neutro:** Las tres resistencias tienen un extremo conectado a un punto común, el cual puede estar conectado a tierra o no, dependiendo del circuito.
- **Tres Terminales Externos:** Los otros extremos de las resistencias están conectados a tres puntos separados, creando tres terminales de conexión. Estos terminales pueden estar conectados a otros elementos del circuito.

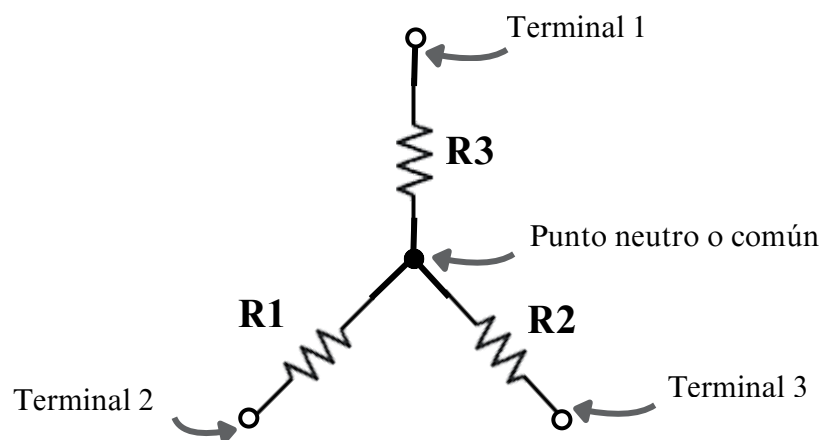


Figura 2.184 [Conexión estrella, circuito principal]

La conexión estrella se puede representar de diversas maneras como lo vemos en la Figura 2.185 y Figura 2.186, con tal que cumpla con los requisitos antes dichos:

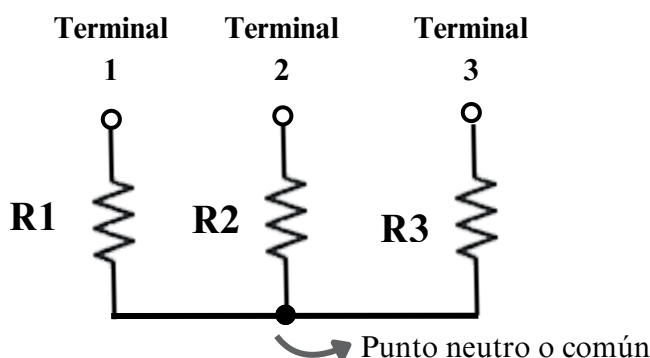


Figura 2.185

[Conexión estrella, circuito equivalente]

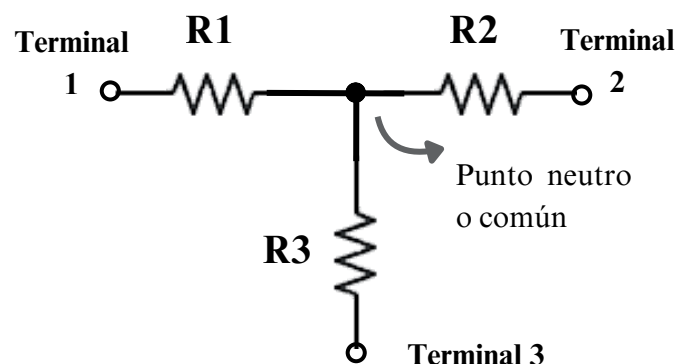


Figura 2.186

[Conexión estrella, circuito equivalente]

2.7.2 CONEXIÓN DELTA (Δ)

- **Tres Resistencias Interconectadas:** Las tres resistencias están conectadas de manera que cada una forma un lado del triángulo. Cada vértice del triángulo está conectado a las dos resistencias adyacentes como vemos en la Figura 2.187.
- **Tres Terminales Externos:** Los tres vértices del triángulo actúan como puntos de conexión para el circuito. Estos puntos pueden estar conectados a una fuente de voltaje, a otros componentes del circuito, o a otros elementos en una red más grande.

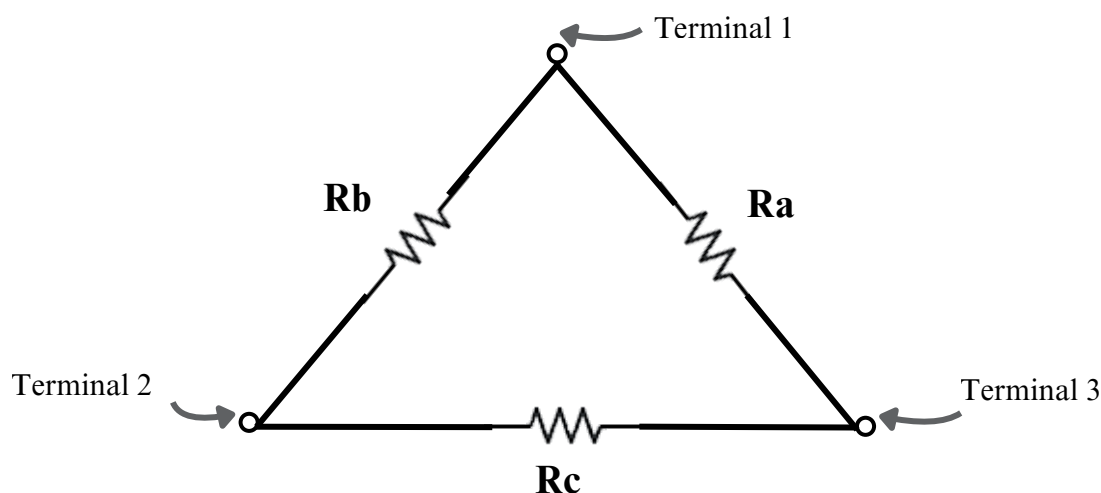


Figura 2.187 [Conexión delta de resistores]

La conexión delta se puede representar de diversas maneras como vemos desde la Figura 2.188 hasta la Figura 2.191, con tal que cumpla con los requisitos antes dichos:

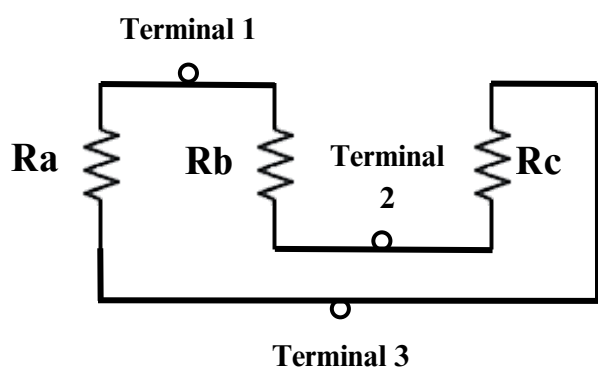


Figura 2.188 [1ª reubicación de la conexión delta]

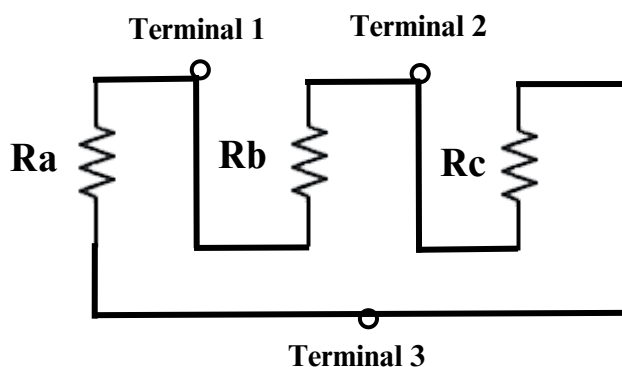


Figura 2.189 [2ª reubicación de la conexión delta]

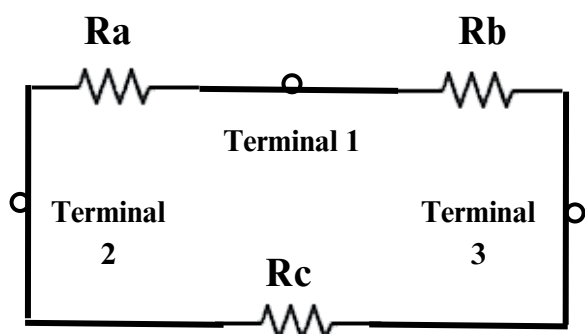


Figura 2.190 [3ª reubicación de la conexión delta]

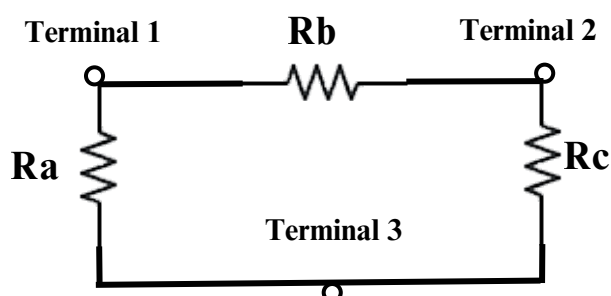


Figura 2.191 [4ª reubicación de la conexión delta]

2.7.3 TRANSFORMACIONES

La transformación estrella-triángulo (o Y- Δ y Δ -Y) permite simplificar circuitos eléctricos complejos que contienen resistencias dispuestas en configuraciones de estrella o triángulo. Al realizar la transformación adecuada, se puede reducir la complejidad del circuito y facilitar su análisis. En ciertos circuitos, algunas resistencias no están claramente en serie o paralelo, lo que dificulta encontrar la resistencia equivalente. Al transformar una red en triángulo en una red en estrella (o viceversa), puedes reorganizar el circuito de tal manera que las resistencias puedan ser combinadas en serie o paralelo de forma más sencilla.

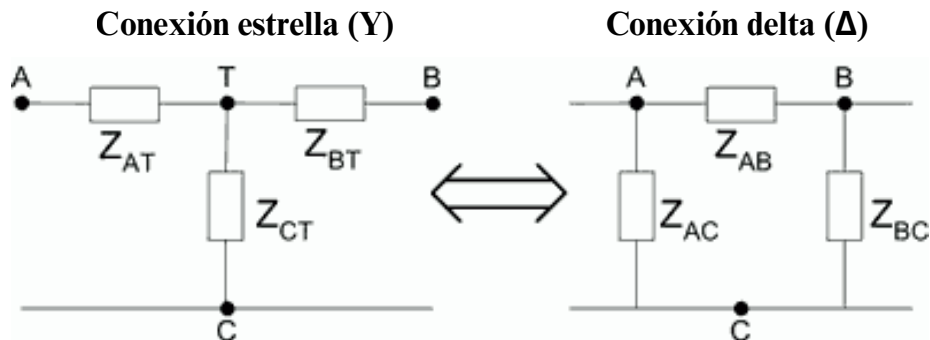


Figura 2.192 [Conexión estrella]

Figura 2.193 [Conexión delta]

Para realizar estas transformaciones se usan una serie de fórmulas para poder pasar de estrella (Figura 2.195) a triángulo (Figura 2.194) o Y- Δ y Δ -Y.

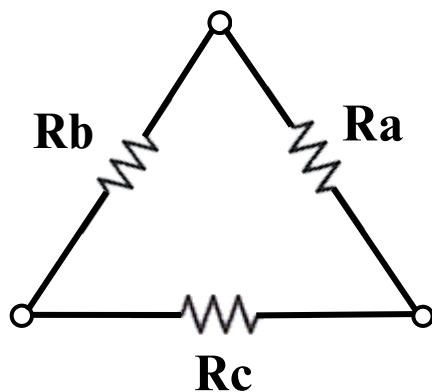


Figura 2.194 [Ejemplo de conexión delta]

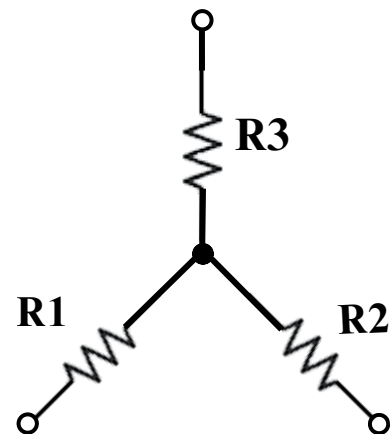


Figura 2.195 [Ejemplo de conexión estrella]

Transformación de Delta (Δ) a Estrella(Y)

$$R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

Transformación de Estrella(Y) a Delta (Δ)

$$R_A = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

$$R_B = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

$$R_C = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

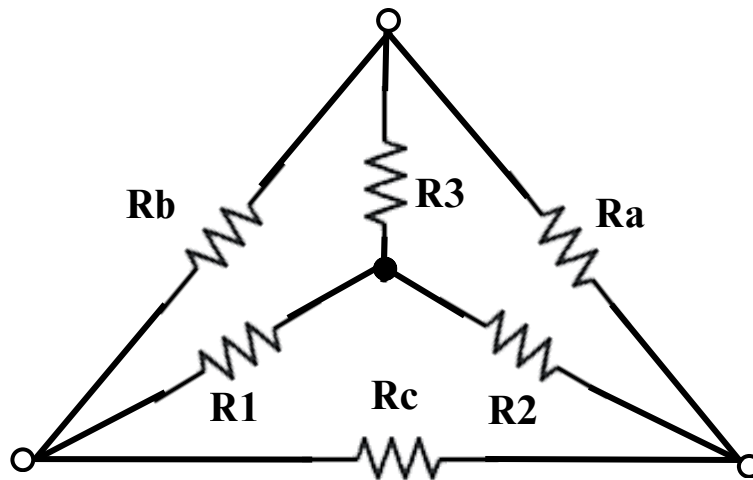


Figura 2.196

[Esquema equivalente a estrella- triángulo o triángulo-estrella]

Ejemplos:

- Transformar de conexión delta (Δ) a conexión estrella (Y) a la Figura 2.197:

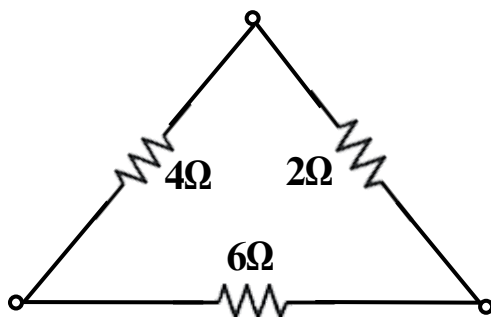


Figura 2.197

[Resistores en delta, ejemplo 1]

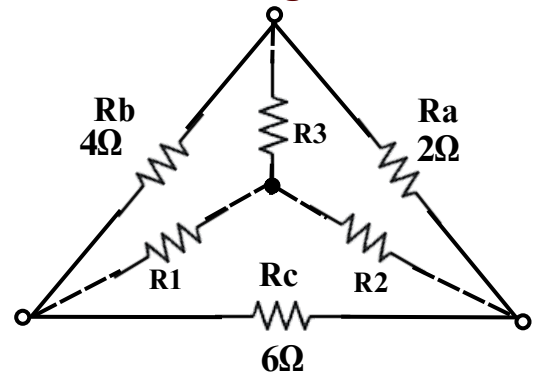


Figura 2.198 [Equivalencia delta-estrella]

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_1 = \frac{4\Omega \cdot 6\Omega}{2\Omega + 4\Omega + 6\Omega}$$

$$R_1 = 2\Omega$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{2\Omega \cdot 6\Omega}{2\Omega + 4\Omega + 6\Omega}$$

$$R_2 = 1\Omega$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{2\Omega \cdot 4\Omega}{2\Omega + 4\Omega + 6\Omega}$$

$$R_3 = 0.667\Omega$$

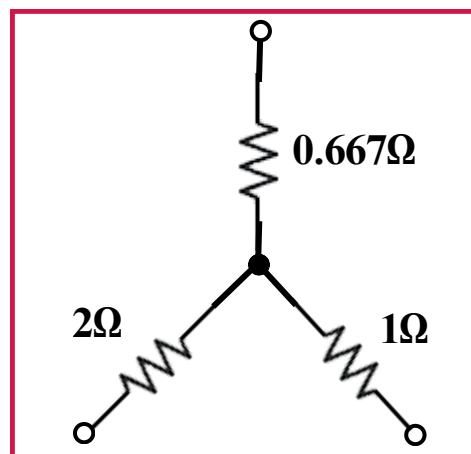


Figura 2.199 [Conversión a estrella del ejemplo 1]

- Transformar de conexión estrella (Y) a conexión delta (Δ) a la Figura 2.200:

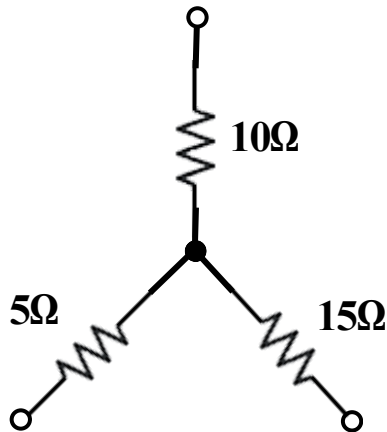


Figura 2.200

[Resistores en estrella, ejemplo 2]

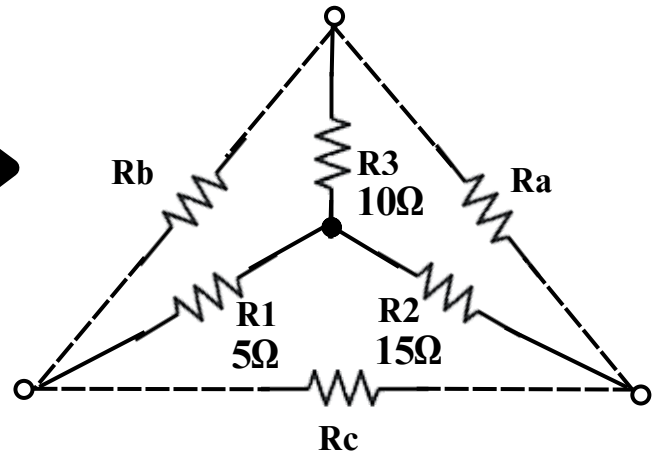


Figura 2.201 [Ecuivalencia estrella-delta]

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

$$R_a = \frac{5\Omega \cdot 15\Omega + 15\Omega \cdot 10\Omega + 10\Omega \cdot 5\Omega}{5\Omega}$$

$$R_a = 55\Omega$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

$$R_b = \frac{5\Omega \cdot 15\Omega + 15\Omega \cdot 10\Omega + 10\Omega \cdot 5\Omega}{15\Omega}$$

$$R_b = 18.33\Omega$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

$$R_c = \frac{5\Omega \cdot 15\Omega + 15\Omega \cdot 10\Omega + 10\Omega \cdot 5\Omega}{10\Omega}$$

$$R_c = 27.5\Omega$$

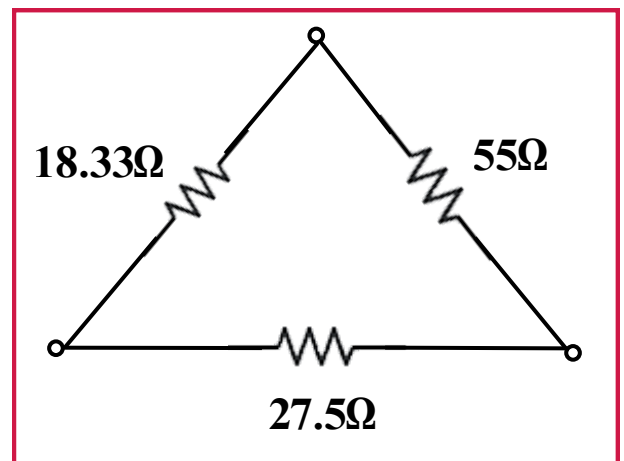


Figura 2.202 [Conversión delta del ejemplo 2]

Aplicando estas transformaciones, puedes convertir un circuito complicado en uno más simple, facilitando la obtención de la resistencia equivalente, así como el análisis general del circuito.

- Utilizando conversiones estrella-delta o delta-estrella, determine la resistencia equivalente del circuito (Figura 2.203).

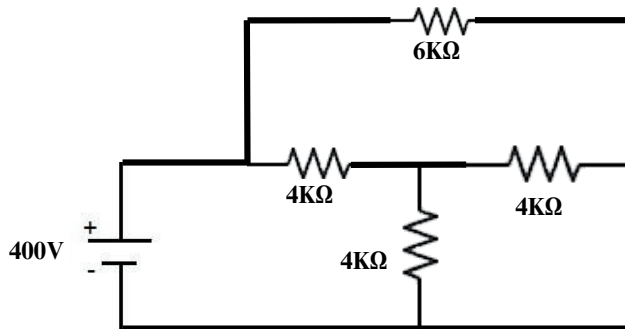


Figura 2.203
[Circuito, ejemplo 3]

Transformamos de estrella (Figura 2.204) a delta

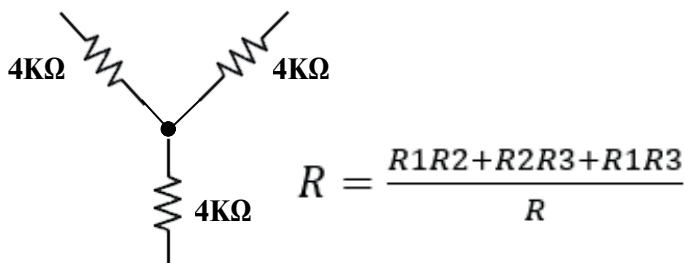


Figura 2.204 [Análisis estrella del ejemplo 3]

Al ser todas del mismo valor, solo deberemos realizar el cálculo una vez

$$R = \frac{400^2 + 400^2 + 400^2}{400} = 12K\Omega$$

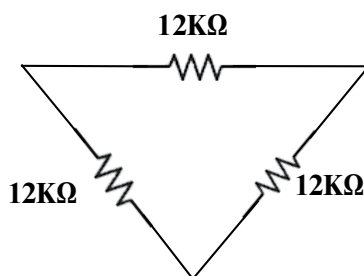


Figura 2.205 [Equivalencia delta del análisis]

Obtenemos una conexión delta equivalente (Figura 2.205) y reemplazando en el circuito original, obtendremos la Figura 2.206:

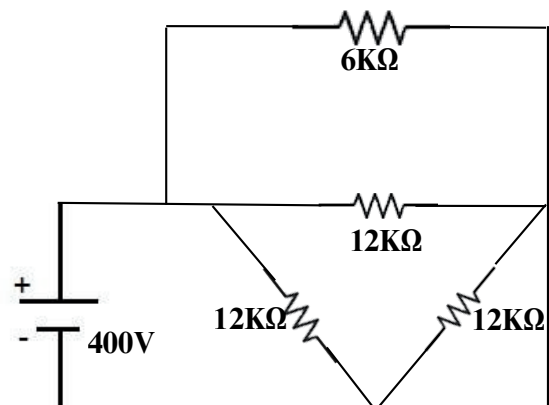


Figura 2.206
[Circuito equivalente del ejemplo 3]

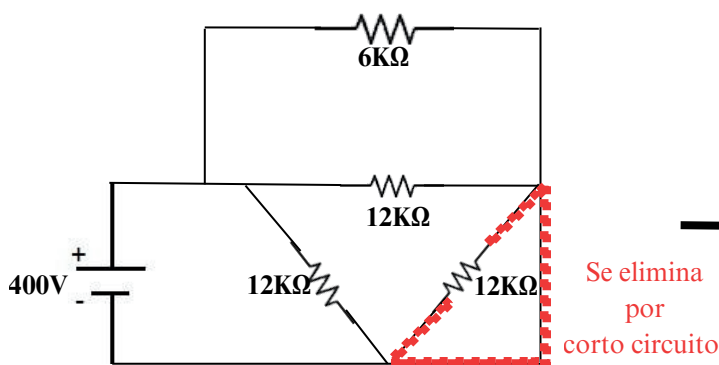


Figura 2.207

[Cortocircuito en el circuito equivalente]

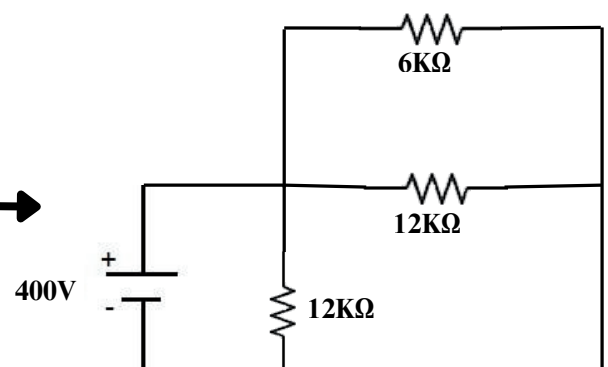


Figura 2.208 [Circuito simplificado]

Como vemos en la Figura 2.207 existe un cortocircuito, entonces hay como simplificar aún más, pues en aquella resistencia no pasará corriente y ni tendrá voltaje, por lo tanto, el resistor que es afectado por el cortocircuito hay como eliminarlo del esquema (Figura 2.208).

- Buscamos la R equivalente

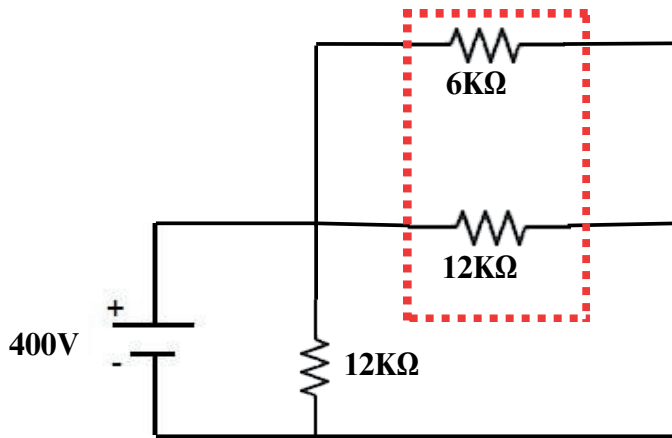


Figura 2.209 [Circuito paralelo, ejemplo 3]

$$Ra = \frac{R1 * R2}{R1 + R2} = \frac{6K\Omega * 12K\Omega}{6K\Omega + 12K\Omega}$$

$$Ra = 4K\Omega$$

Con Ra podemos encontrar la resistencia equivalente (RT), redibujando (Figura 2.210) nos quedaría:

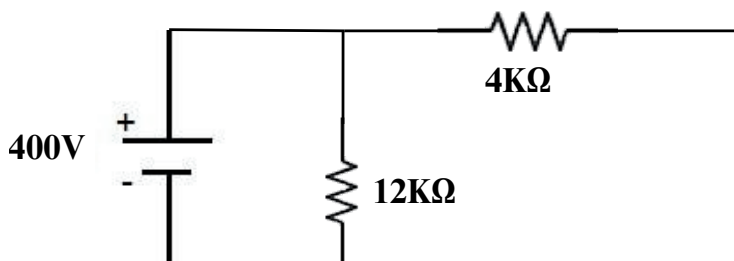


Figura 2.210

[Circuito paralelo simplificado, ejemplo 3]

$$RT = \frac{R3 * Ra}{R3 + Ra} = \frac{12K\Omega * 4K\Omega}{12K\Omega + 4K\Omega}$$

$$RT = 3K\Omega$$

Con RT , nos quedaría un circuito bastante simple como lo vemos en la Figura 2.211:

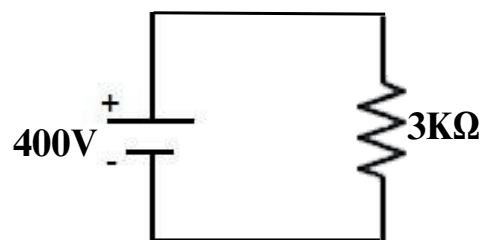


Figura 2.211 [Circuito más simplificado posible]

- Como forma adicional buscamos la corriente total

$$I = \frac{VE}{RT} = \frac{400v}{3000\Omega} = \frac{2}{15}A \quad I = 133,3mA$$

- Utilizando conversiones estrella-delta o delta-estrella, determine la resistencia equivalente del circuito (Figura 2.212).

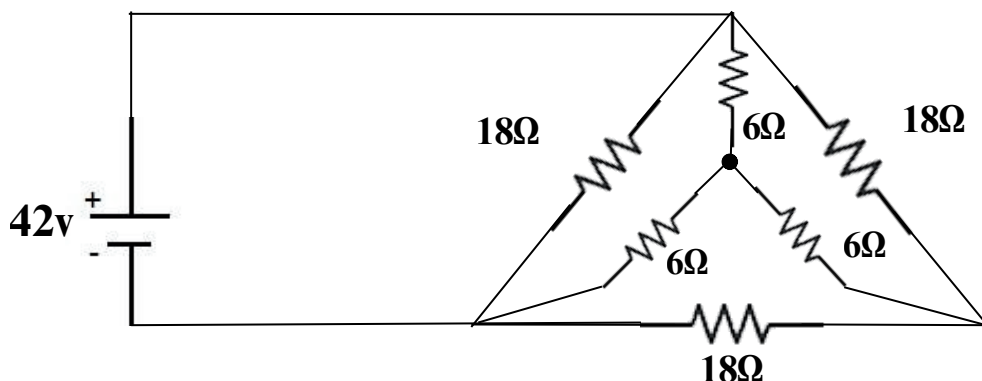


Figura 2.212
[Circuito, ejemplo 4]

Transformamos de estrella (Figura 2.213) a delta

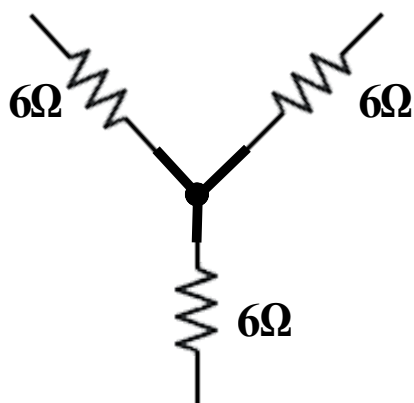


Figura 2.213 [Ramas a analizar, ejemplo 4]

$$R = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R}$$

$$R = \frac{6^2 + 6^2 + 6^2}{6} = 18 \Omega$$

Al ser todas del mismo valor, solo deberemos realizar el cálculo una vez

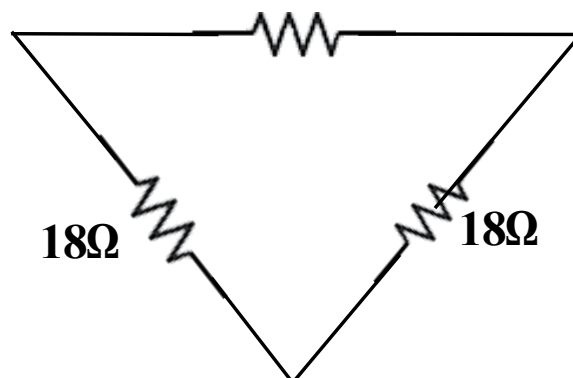


Figura 2.214

[Delta equivalente al estrella del ejemplo 4]

Obtenemos una conexión delta equivalente (Figura 2.214) y reemplazando en el circuito original, obtendremos la Figura 2.215:

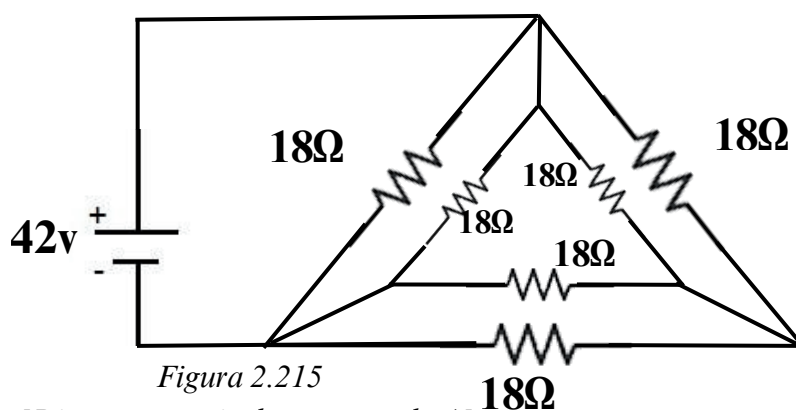


Figura 2.215
[Diagrama equivalente, ejemplo 4]

- Buscamos la R equivalente

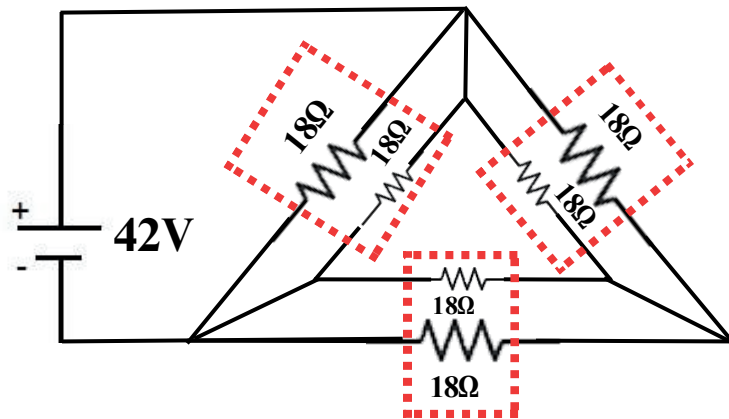


Figura 2.216 [Cálculo paralelo de resistores, ejemplo 4]

$$R_a = R_b = R_c$$

$$R = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = \frac{18^2}{2(18)} = 9\Omega$$

$$R_a = 9\Omega$$

$$R_b = 9\Omega$$

$$R_c = 9\Omega$$

Con R_a , R_b y R_c podemos redibujar (Figura 2.217):

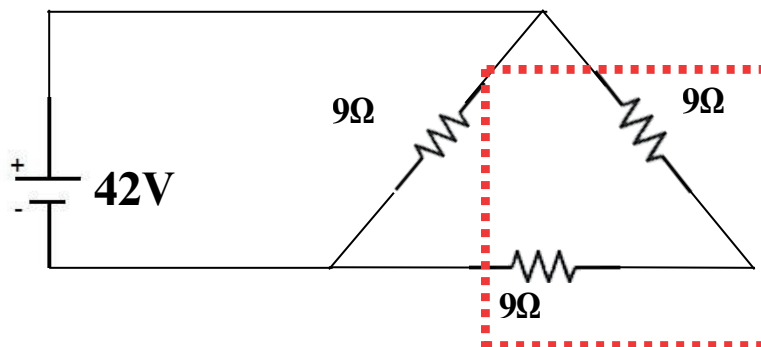


Figura 2.217 [Cálculo serie de resistores, ejemplo 4]

$$R_d = R_b + R_c$$

$$R_d = 9\Omega + 9\Omega = 18\Omega$$

Con R_d podemos redibujar (Figura 2.218) para obtener la resistencia equivalente:

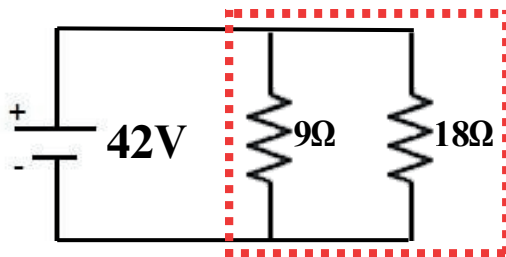


Figura 2.218 [Circuito paralelo, simplificación del ejemplo 4]

$$R_T = \frac{R_d * R_a}{R_d + R_a} = \frac{9\Omega * 18\Omega}{9\Omega + 18\Omega} = 6\Omega$$

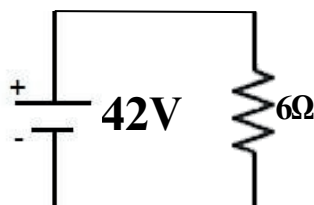


Figura 2.219 [Circuito más simplificado posible]

$$R_T = 6\Omega$$

Con la resistencia equivalente (R_T) obtenemos el ejercicio más simplificado posible (Figura 2.219)

- Como forma adicional buscamos la corriente total

$$I = \frac{VE}{R_T} = \frac{42v}{6\Omega} = 7A \quad \boxed{I = 7A}$$

- Utilizando conversiones estrella-delta o delta-estrella, determine la resistencia equivalente del circuito (Figura 2.220).

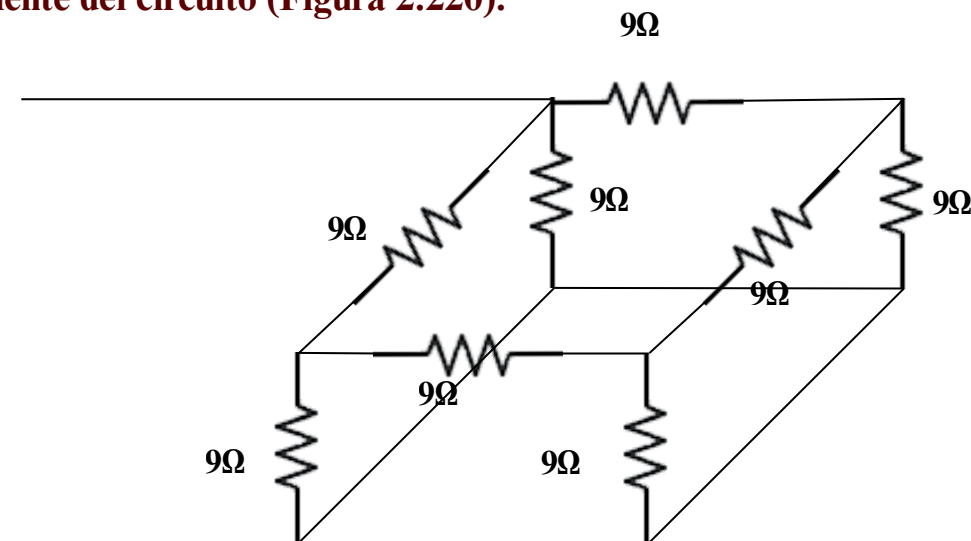


Figura 2.220 [Cubo de resistencias, ejemplo 5]

Redibujando el circuito (Figura 2.221) podemos apreciar mejor las conexiones delta.

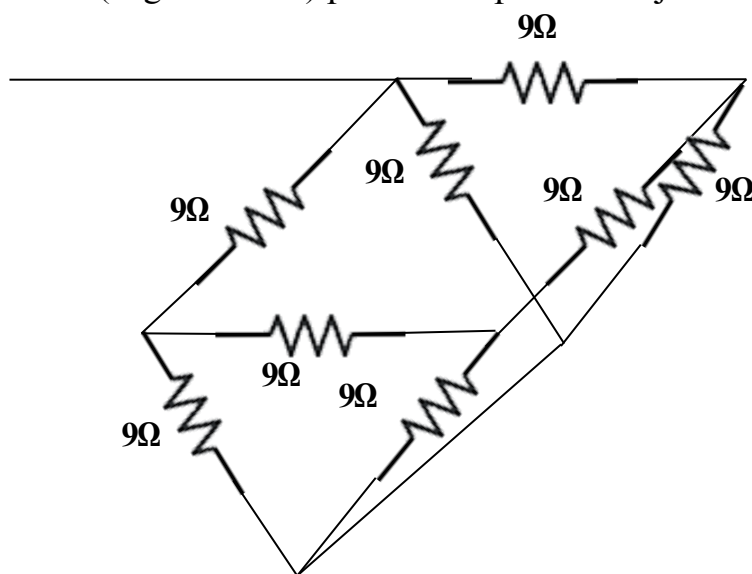


Figura 2.221 [Cubo de resistencias redibujado]

Transformamos de delta (Figura 2.222) a estrella

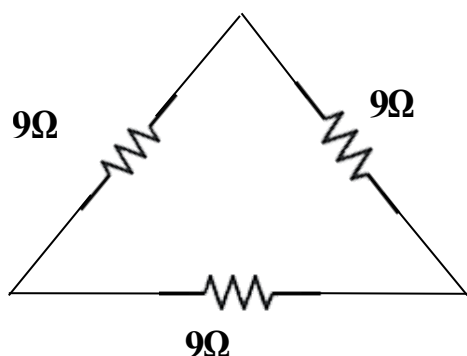


Figura 2.222 [Resistores en delta, ejemplo 5]

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{9^2}{9(3)} = 3\Omega$$

$$R = 3\Omega$$

Al ser todas del mismo valor, solo deberemos realizar el cálculo una vez, obteniendo una estrella equivalente como vemos en la Figura 2.223

Redibujando el circuito
quedaría como la Figura 2.224

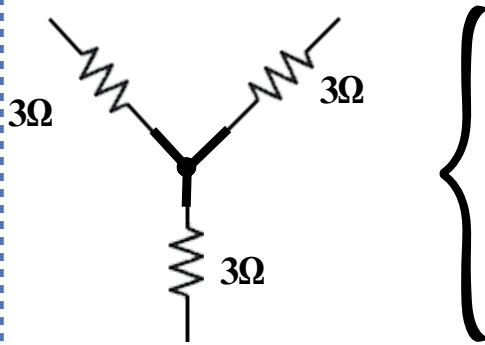


Figura 2.223

[Resistores en estrella, ejemplo 5]

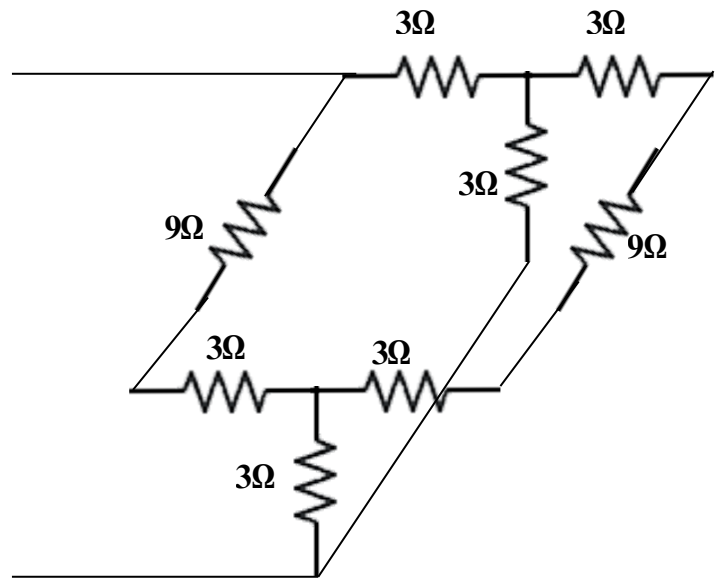


Figura 2.224 [Esquema equivalente del ejemplo 5]

• Buscamos la R equivalente

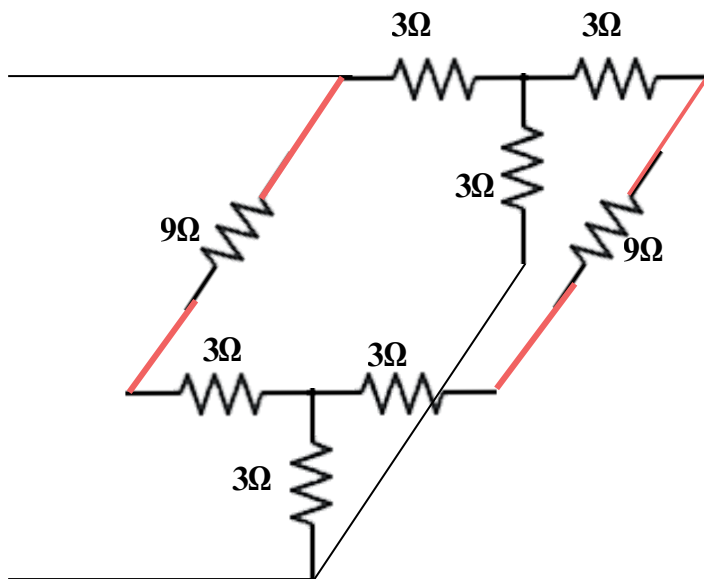


Figura 2.225 [Esquema equivalente del ejemplo 5]

Buscamos donde simplificar, como
lo vemos en la Figura 2.225:

Buscamos R_a :

$$R_a = 3\Omega + 9\Omega$$

$$R_a = 12\Omega$$

Buscamos R_b :

$$R_b = 3\Omega + 9\Omega + 3\Omega$$

$$R_b = 15\Omega$$

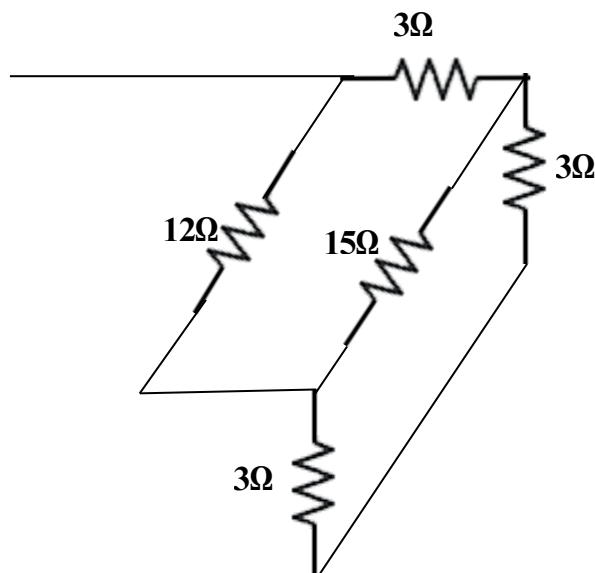


Figura 2.226 [Esquema simplificado del ejemplo 5]

Notemos que tenemos una conexión
delta de nuevo en la Figura 2.226, pero
es necesario **redibujar el circuito**
(Figura 2.227) para apreciarlo mejor o
en este caso para facilitar la
comprensión en el circuito.

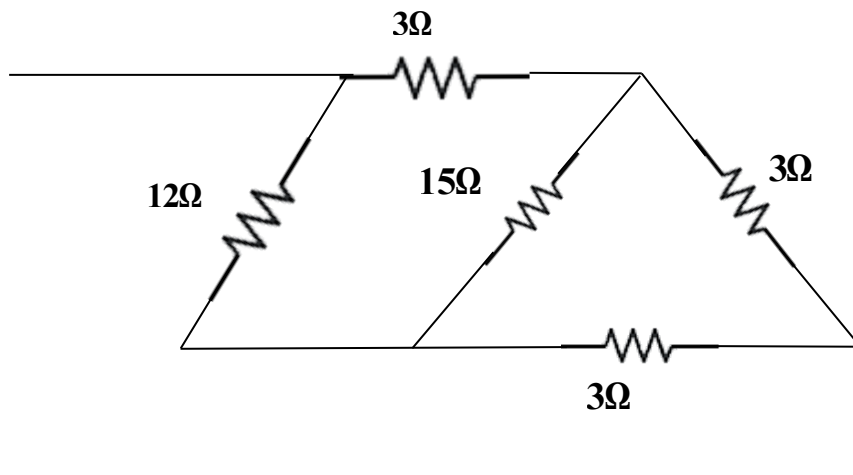


Figura 2.227 [Esquema simplificado, ejemplo 5]

Transformamos de delta (Figura 2.228) a estrella (Figura 2.230)

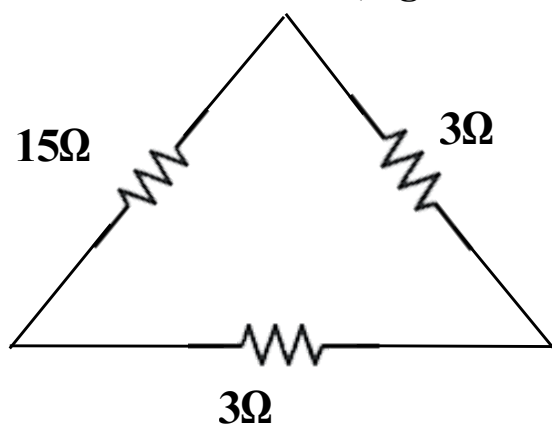


Figura 2.228 [Resistores en delta]

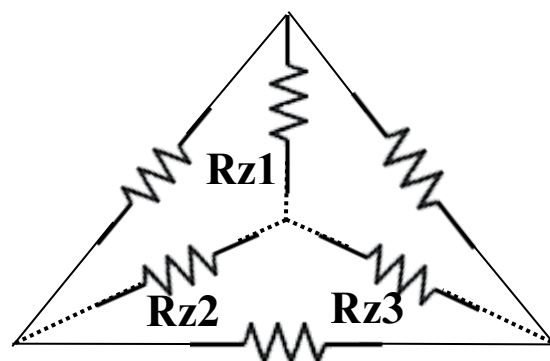


Figura 2.229

[Equivalencia en estrella de los resistores en delta]

$$R_{Z1} = \frac{15\Omega \cdot 3\Omega}{3\Omega + 3\Omega + 15\Omega} = \frac{15}{7} \Omega$$

$$R_{Z2} = \frac{15\Omega \cdot 3\Omega}{3\Omega + 3\Omega + 15\Omega} = \frac{15}{7} \Omega$$

$$R_{Z3} = \frac{3\Omega \cdot 3\Omega}{3\Omega + 3\Omega + 15\Omega} = \frac{3}{7} \Omega$$

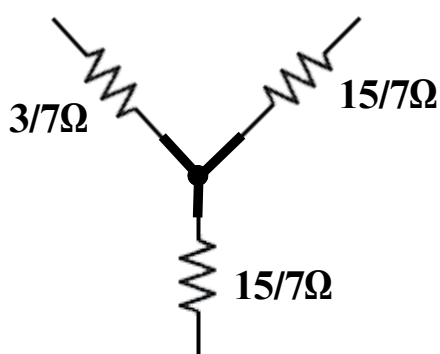


Figura 2.230 [Resistores en estrella]

Redibujando el circuito quedaría como la Figura 2.231

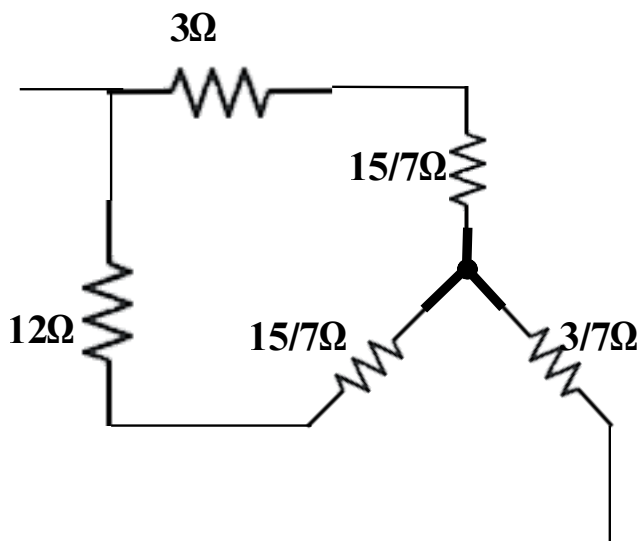


Figura 2.231 [Circuito redibujado, ejemplo 5]

• Continuamos buscamos la R equivalente

Buscamos donde simplificar, como lo vemos en la Figura 2.232:

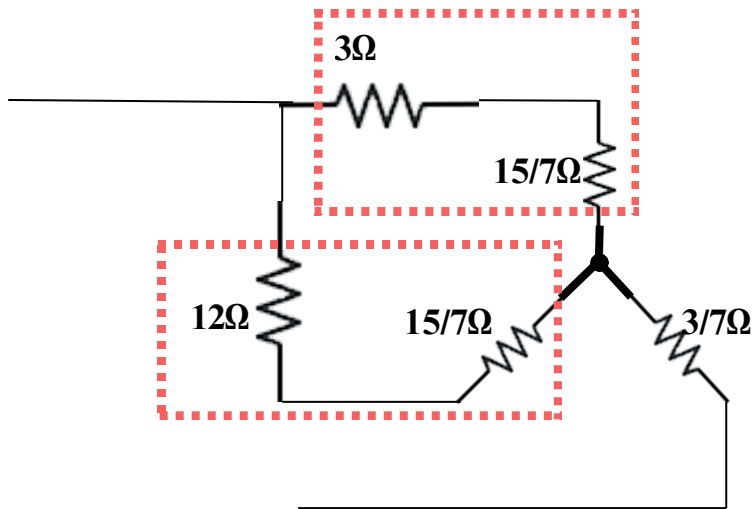


Figura 2.232

[Esquema mixto, producto de la simplificación del ejemplo 5]

Buscamos Rc:

$$R_c = R_{z1} + R$$

$$R_c = \frac{15}{7} \Omega + 3 \Omega$$

$$R_c = \frac{36}{7} \Omega$$

Buscamos Rd:

$$R_d = R_{z2} + R_a$$

$$R_d = \frac{15}{7} \Omega + 12 \Omega$$

$$R_d = \frac{99}{7} \Omega$$

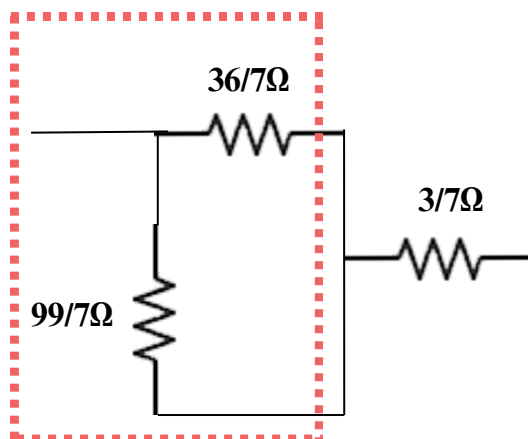


Figura 2.233

[Esquema mixto de resistores, ejemplo 5]

Redibujando quedaría como la Figura 2.233

Buscamos Re:

$$R_e = \frac{R_c \cdot R_d}{R_c + R_d} = R_e = \frac{\frac{99}{7} \cdot \frac{36}{7}}{\frac{99}{7} + \frac{36}{7}}$$

$$R_e = \frac{132}{35} \Omega$$

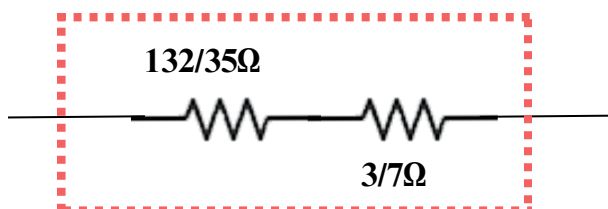


Figura 2.234

[Circuito serie producto de la simplificación del ejemplo 5]

Con Re y redibujando (Figura 2.234) podemos obtener RT:

$$R_T = R_e + R$$

$$R_T = \frac{132}{35} \Omega + \frac{3}{7} \Omega$$

$$R_T = \frac{21}{5} \Omega$$

$$21/5 \Omega = 4.2 \Omega$$



Figura 2.235

[Resistencia equivalente al esquema del ejemplo 5]

$$R_T = 4,2 \Omega$$

El resistor equivalente es el que vemos en la Figura 2.235.

2.8

TRANSFORMACIÓN DE FUENTES

La transformación de fuentes es una técnica en el análisis de circuitos eléctricos que permite convertir una fuente de corriente con una resistencia en paralelo en una fuente de voltaje con una resistencia en serie, y viceversa. Este proceso facilita el análisis de circuitos, especialmente cuando se combinan elementos en serie o paralelo.

¿Cómo se realiza la transformación de fuentes?

De Fuente de Corriente a Fuente de Voltaje:

La fuente de corriente siempre debe estar en paralelo con una resistencia (Figura 2.236) para realizar la transformación, pero en cambio si está en serie con una resistencia no se puede realizar la transformación (Figura 2.237).

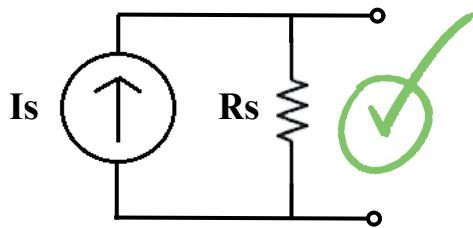


Figura 2.236 [Circuito apto a conversión]

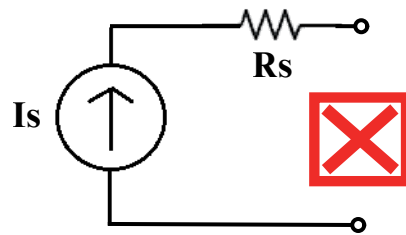


Figura 2.237 [Circuito no apto a conversión]

Para convertir una fuente de corriente (Figura 2.238) a una fuente de voltaje (Figura 2.239) se aplicará una fórmula que será muy similar a la ley de ohm:

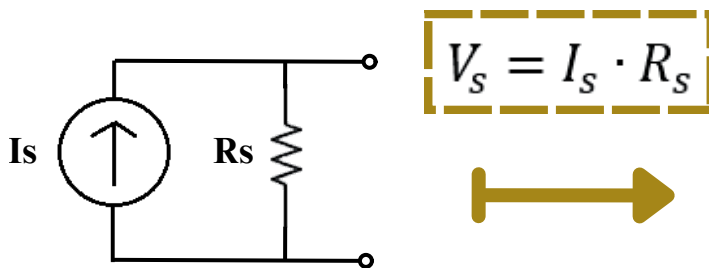


Figura 2.238

[Fuente en paralelo con el resistor]

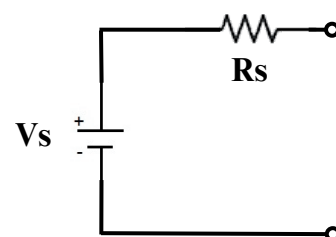


Figura 2.239

[Fuente en serie con el resistor]

Siempre se convertirá en una Fuente de Voltaje (V_s) en serie con la misma resistencia (R_s) como lo vemos en la Figura 2.240.

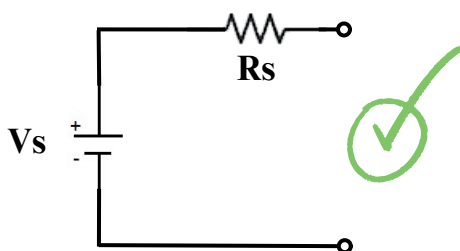


Figura 2.240

[Resultado correcto de la conversión]

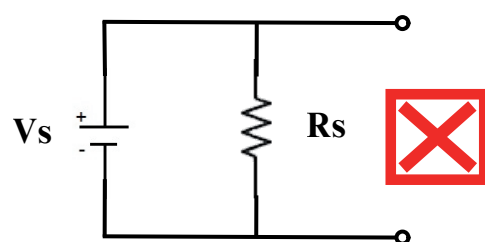


Figura 2.241

[Resultado incorrecto de la conversión]

De Fuente de Voltaje a Fuente de Corriente:

La fuente de voltaje siempre debe estar en serie con una resistencia (Figura 2.242) para realizar la transformación, pero en cambio si está en paralelo con una resistencia no se puede realizar la transformación (Figura 2.243).

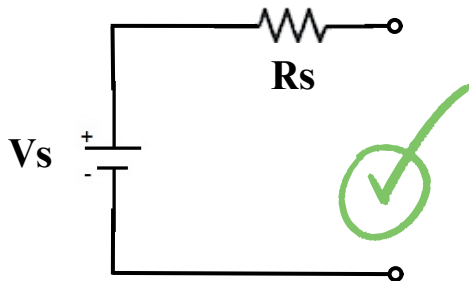


Figura 2.242 [Circuito apto a conversión]

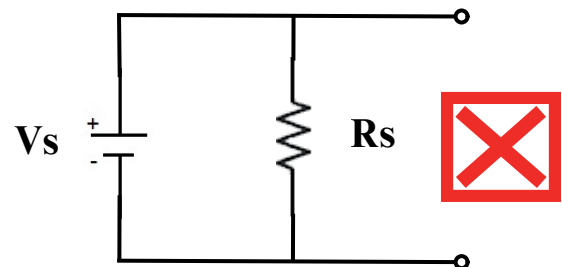


Figura 2.243 [Circuito no apto a conversión]

Para convertir una fuente de voltaje (Figura 2.244) a una fuente de corriente (Figura 2.245) se aplicará una fórmula que será muy similar a la ley de ohm:

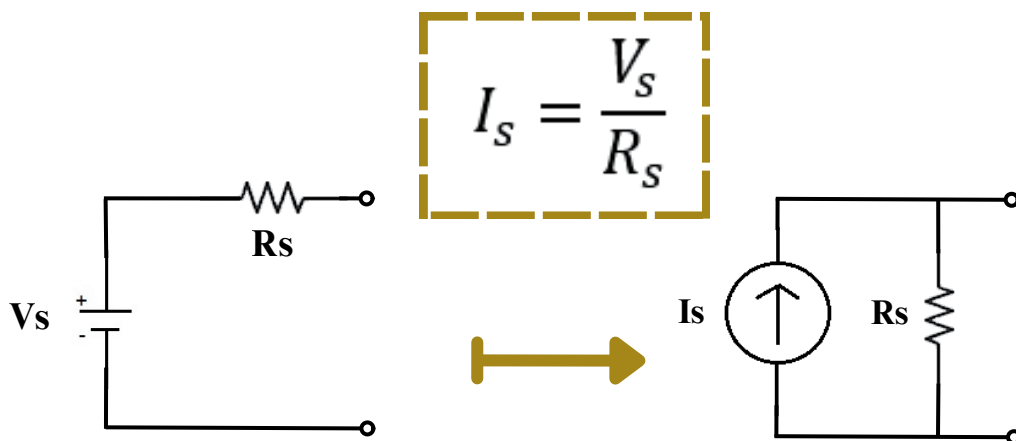


Figura 2.244

[Fuente en serie con el resistor]

Figura 2.245

[Fuente en paralelo con el resistor]

Siempre se convertirá en una Fuente de Corriente (I_s) en paralelo con la misma resistencia (R_s), como lo vemos en la Figura 2.246.

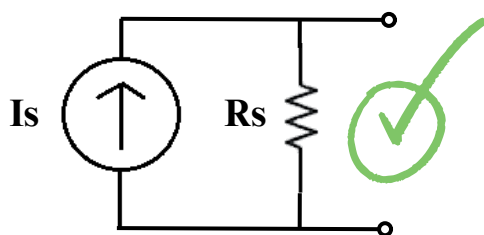


Figura 2.246 [Circuito convertido]

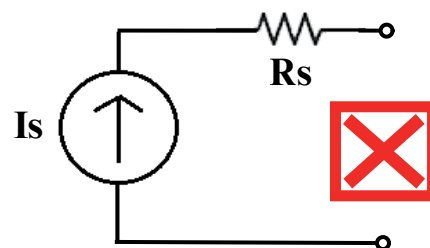


Figura 2.247 [Circuito erróneo a la conversión]

En la práctica, esto resulta muy útil porque no existen fuentes de corriente reales; en los laboratorios, pues solo se dispone de fuentes de voltaje. Por lo tanto, si un circuito requiere una fuente de corriente, es necesario transformarlo en una fuente de voltaje.

- Utilizando transformación de fuentes, determine V_o en el siguiente circuito indicado en la Figura 2.248. 20Ω

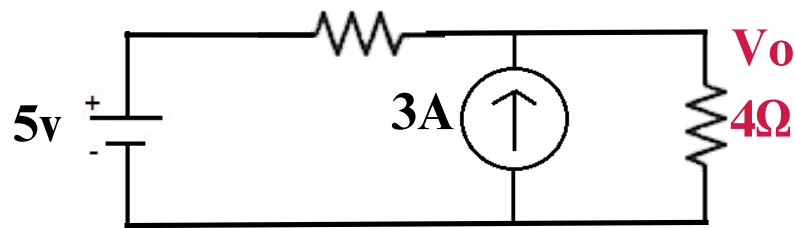


Figura 2.248 [Circuito a realizar la transformación, ejemplo 1]

Transformamos la fuente.

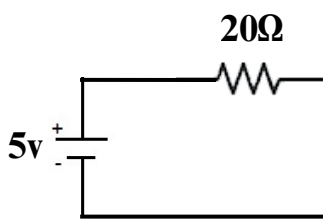


Figura 2.249

[Bloque del circuito a transformar]

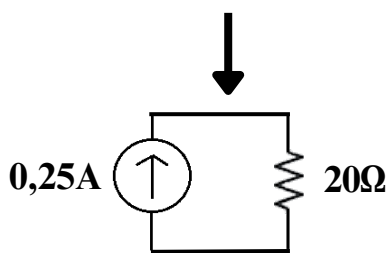


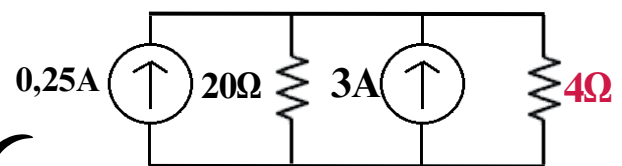
Figura 2.250 [Fuente transformada]

$$I_S = \frac{V_S}{R_S}$$

$$I_S = \frac{5}{20}$$

$$I_S = 0,25A$$

Figura 2.251 [Circuito equivalente, ejemplo 1]



Simplificamos las fuentes de corriente

$$F_C = 0,25A + 3A$$

$$F_C = 3,25A$$

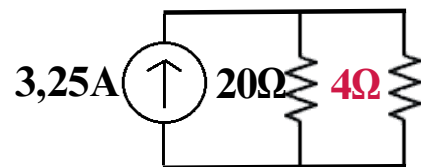


Figura 2.252

[Simplificación del circuito equivalente]

Calculamos la corriente en 4Ω

Calculamos la R_T .

$$R_t = 1 / \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{4} \right)$$

$$R_t = \frac{10}{3}$$

$$R_t = 3,33\Omega$$

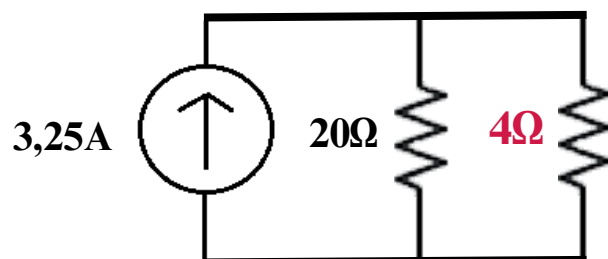


Figura 2.253

[Análisis del circuito equivalente, ejemplo 1]

Aplicamos la regla divisora de corriente.

$$I_R = \frac{3,33\Omega \cdot 3,25A}{4\Omega} = 2,7056A$$

Calculamos el voltaje V_o , que si notamos es el mismo voltaje del resistor de 4 ohmios como vemos en la Figura 2.254.

$$V = IR * R = 2.7056A * 4\Omega$$

$$V = 10,83v$$

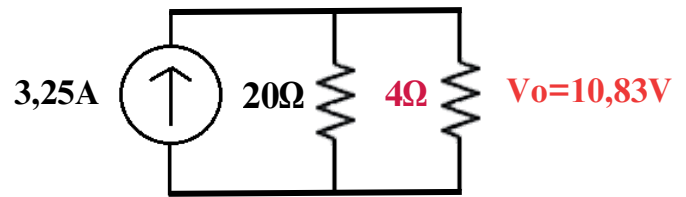


Figura 2.254

[Resultado del circuito equivalente, ejemplo 1]

- Utilizando transformación de fuentes determine V_o en el siguiente circuito indicado en la Figura 2.255.

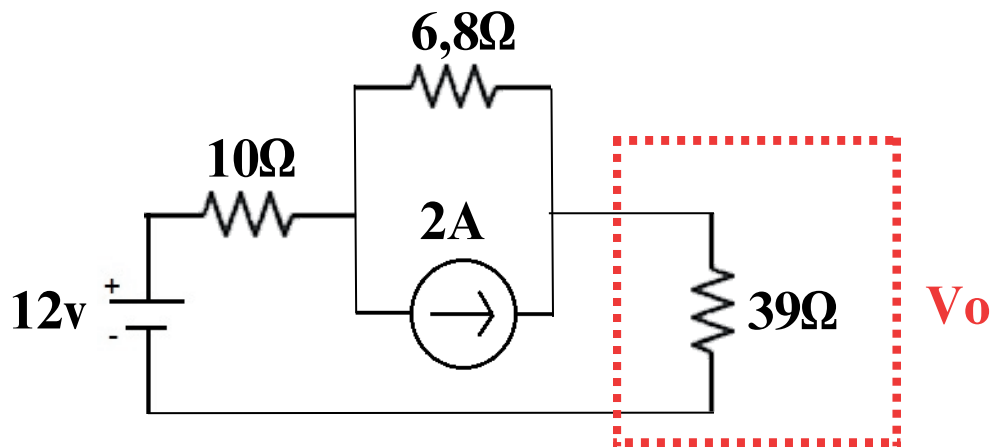


Figura 2.255 [Circuito a realizar la transformación, ejemplo 2]

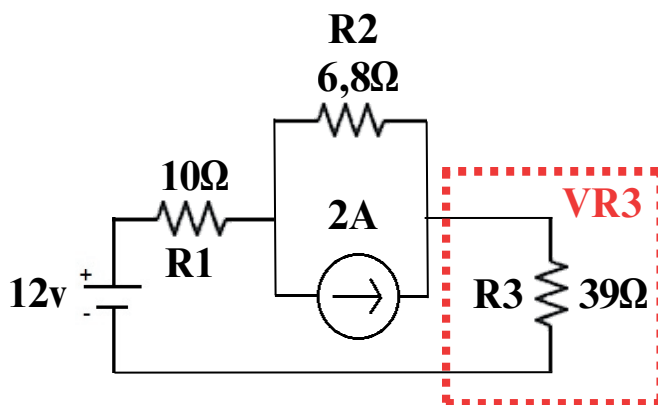


Figura 2.256 [Análisis del circuito, ejemplo 2]

Notemos que el voltaje del resistor marcado de la Figura 2.256 es igual al voltaje V_o , entonces calculamos el voltaje de $VR3$.

Redibujamos el circuito que debe quedar igual a la Figura 2.257, para una mayor comprensión (podemos redibujarlo guiándonos en sus nodos).

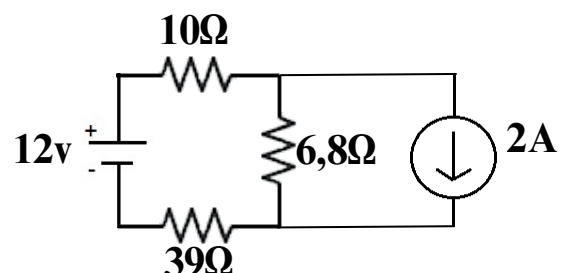


Figura 2.257 [Redistribución del circuito, ejemplo 2]

117 III Transformación de fuentes

Transformamos la fuente de corriente a una de voltaje.

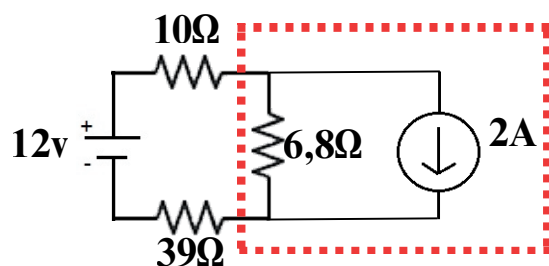


Figura 2.258 [Bloque a trabajar]

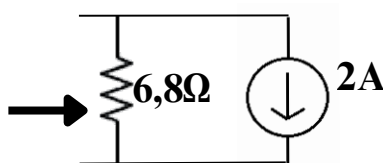


Figura 2.259 [Bloque a analizar]

Figura 2.260 [Fuente de voltaje V_s]

$$V_s = I_s * R_s$$

$$V_s = 2A * 6,8\Omega$$

$$V_s = 13,6v$$

Fijémonos en la dirección de la corriente que será la orientación de la fuente, como lo vemos en la Figura 2.261.

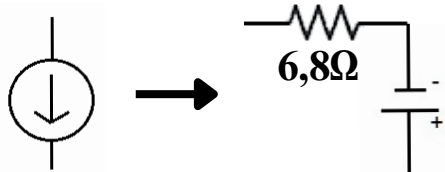


Figura 2.261 [Transformación de fuente]

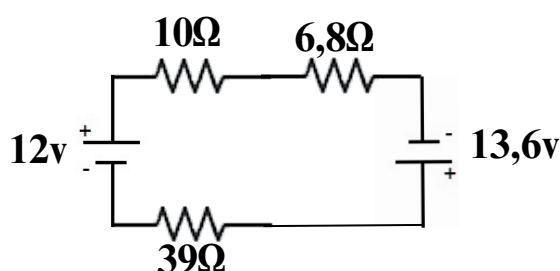


Figura 2.262 [Circuito equivalente, ejemplo 2]

Simplificamos el circuito (Figura 2.263), notemos que todos los elementos tendrán la misma corriente al tener una sola malla, entonces, los elementos están en serie.

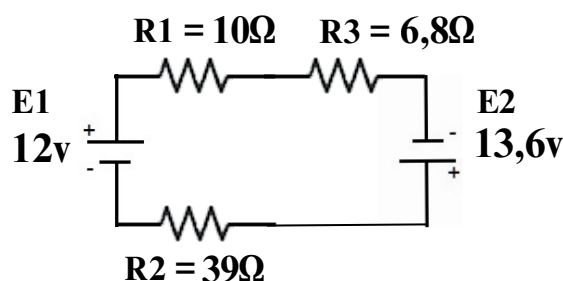


Figura 2.263 [Circuito equivalente, ejemplo 2]

E1 y E2 están en serie si reorganizamos quedando como la Figura 2.264.

$$E_T = E_1 + E_2$$

$$E_T = 12v + 13,6v$$

$$E_T = 25,6v$$

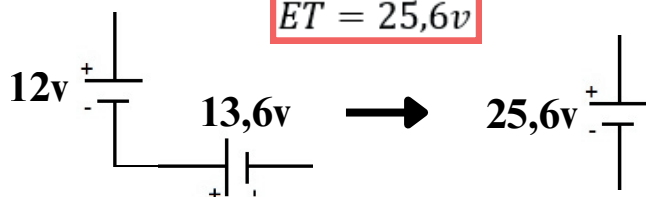


Figura 2.264 [Simplificación de fuentes]

R1 y R2 están en serie, al simplificar quedaría como la Figura 2.265.

$$R_a = R_1 + R_2$$

$$R_a = 10\Omega + 6,8\Omega$$

$$R_a = 16,8\Omega$$

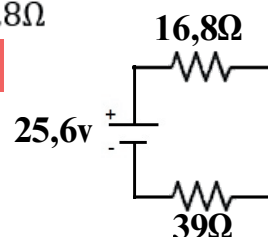


Figura 2.265 [Circuito equivalente, ejemplo 2]

Ahora busquemos el voltaje de la resistencia marcada de la Figura 2.266, usamos el divisor de voltaje.

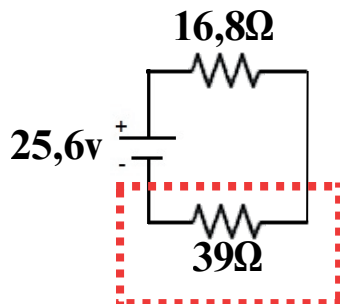


Figura 2.266 [Resistor a calcular]

$$VR3 = \frac{R3 \cdot ET}{R3 + ET}$$

$$VR3 = \frac{39\Omega \cdot 25,6}{39\Omega + 16,8\Omega}$$

$$VR3 = 17,892v$$

$$V_{ab} = VR3 = 17,892v$$

- Encontrar la potencia total disipada del circuito (Figura 2.267).

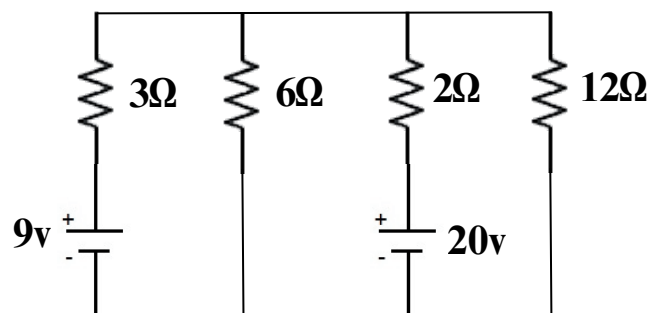


Figura 2.267 [Circuito a realizar la transformación, ejemplo 3]

Primero calcularemos la corriente de 12 ohmios al ser la más óptima para simplificar el circuito por transformación de fuentes

Notemos que tenemos a E1 y R1 en serie (Figura 2.268) al igual que E2 y R3 (Figura 2.270), permitiendo transformar la fuente de voltaje a corriente.

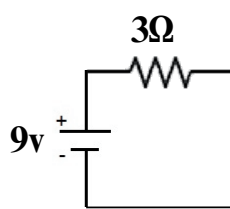


Figura 2.268

[1^{er} bloque a analizar]

$$I_s = \frac{V_s}{R_s}$$

$$I_s = \frac{9v}{3\Omega}$$

$$I_s = 3A$$

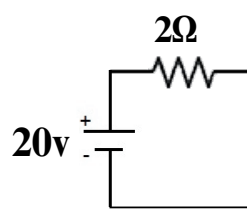


Figura 2.270

[2^{do} bloque a analizar]

$$I_s = \frac{V_s}{R_s}$$

$$I_s = \frac{20v}{2\Omega}$$

$$I_s = 10A$$

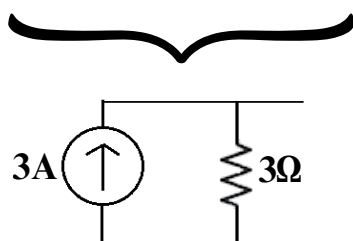


Figura 2.269

[Conversión del 1^{er} bloque]

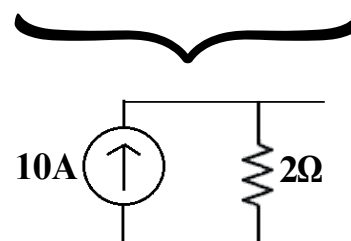


Figura 2.271

[Conversión del 2^{do} bloque]

Obteniendo lo siguiente

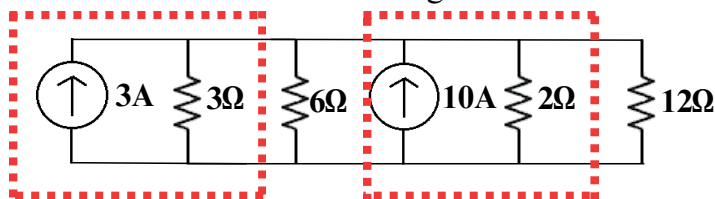


Figura 2.272 [Circuito equivalente del ejemplo 3]

Simplificamos las fuentes de corriente que están marcadas en la Figura 2.272 porque ambas están en paralelo y directamente conectadas al nodo.

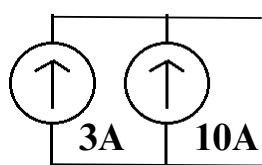


Figura 2.273

[Simplificación de fuentes]

$$F_c = 3A + 10A$$

$$F_c = 13A$$

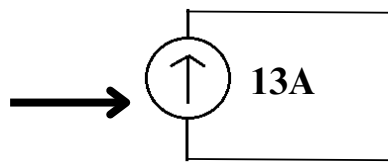


Figura 2.274

[Fuente equivalente]

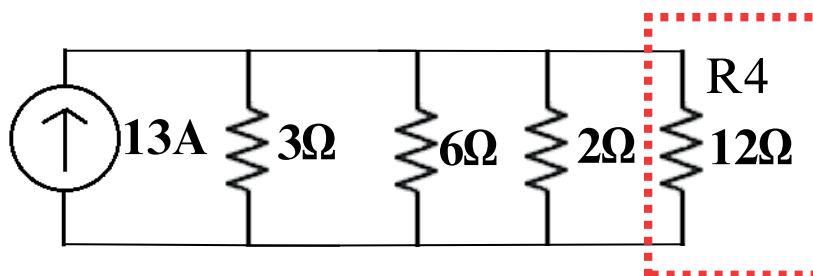


Figura 2.275 [Circuito simplificado, ejemplo 3]

Usamos la regla divisora de corriente.

$$R_T = 1 / \left(\frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{12\Omega} \right)$$

$$R_T = \frac{12}{13} \Omega$$

$$I_{R4} = \frac{R_T \cdot F_c}{R_4}$$

$$I_{R4} = \frac{12}{13} \Omega * 13A / 12\Omega$$

$$I_{R4} = 1A$$

Usamos la ley de ohm.

$$V_{R4} = I_{R4} * R_4$$

$$V_{R4} = 1A * 12\Omega$$

$$V_{R4} = 12v$$

Una vez obtenido el valor de la corriente y voltaje de la resistencia de 12 ohmios se facilita el cálculo de la potencia disipada del resto de resistencias.

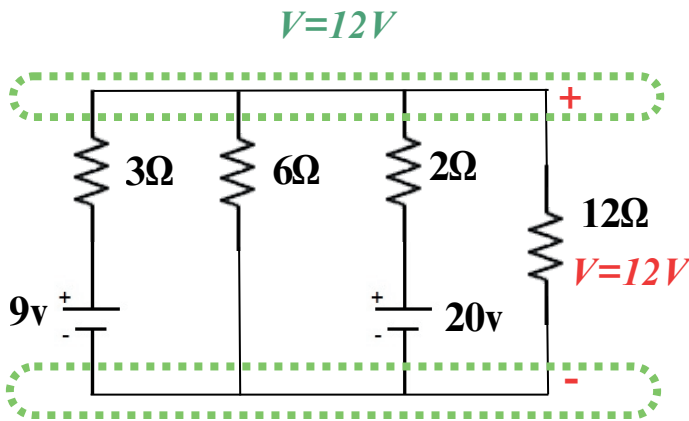


Figura 2.276

[Voltaje calculado del ejemplo 3]

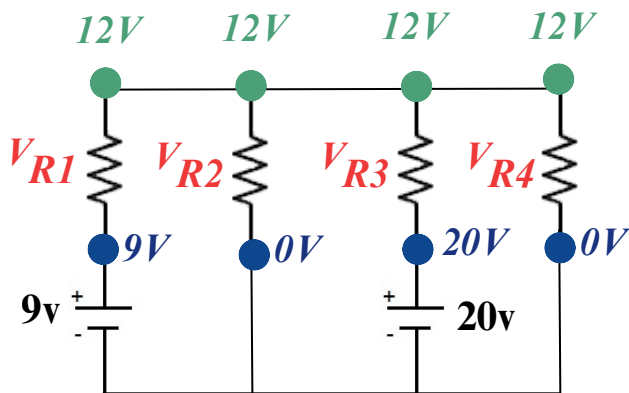


Figura 2.277

[Diferencia de tensión en cada una de las resistencias]

Como vemos, la resistencia de 12 ohmios está en paralelo con cada una de las ramas (Figura 2.276), entonces esto nos facilitará obtener el voltaje de cada resistencia usando el concepto de diferencia de tensión o potencial, se lo puede observar en la Figura 2.278.

$$V_{R1} = 12V - 9V$$

$$V_{R1} = 3V$$

$$V_{R1} = 12V - 0V$$

$$V_{R2} = 12V$$

$$V_{R1} = 12V - 20V$$

$$V_{R3} = -8V$$

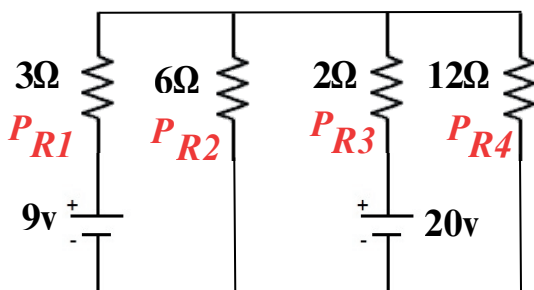


Figura 2.278

[Potencia que se disipa en el circuito]

La potencia total disipada por el circuito es la sumatoria de la potencia de cada resistencia como vemos en la Figura 2.278

$$P_T = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}$$

$$P_T = \frac{V_{R1}^2}{R1} + \frac{V_{R2}^2}{R2} + \frac{V_{R3}^2}{R3} + \frac{V_{R4}^2}{R4}$$

$$P_T = \frac{3^2}{3} + \frac{12^2}{6} + \frac{(-8)^2}{2} + \frac{12^2}{12}$$

$$P_T = 3W + 24W + 32W + 12W$$

$$P_T = 71W$$

2.9 ANÁLISIS DE NODOS

A lo largo de la materia veremos varios circuitos donde la complejidad aumenta y resolverlos se vuelve más desafiante. Para abordar este tipo de circuitos, existen varios métodos de análisis. En este caso, utilizaremos el análisis de nodos:

El análisis de nodos es un método utilizado en el análisis de circuitos eléctricos para determinar los voltajes en diferentes puntos o nodos del circuito. Este enfoque se basa en la aplicación de la Ley de Corrientes de Kirchhoff (LCK), que vimos en la sección 2.4.2.

Si tenemos el siguiente circuito (Figura 2.279) y queremos obtener el voltaje y corriente de cada elemento, hay que notar que tenemos dos fuentes y tres resistores, pero conectadas de tal modo que no se puede simplificar fácilmente o de manera eficiente, entonces usaremos el análisis de nodo para poder resolverlo y es necesario dominar LCK (sección 2.4.2).

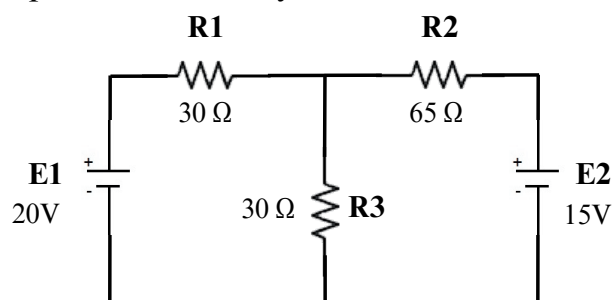


Figura 2.279 [Circuito mixto, ejemplo 1]

Pasos para realizar el análisis de nodos:

- **Identificación de Nodos:** Identifica todos los nodos del circuito como vemos en la Figura 2.280, pues nos enfocaremos en los nodos que unen entre tres o más elementos porque existirá ramificaciones.

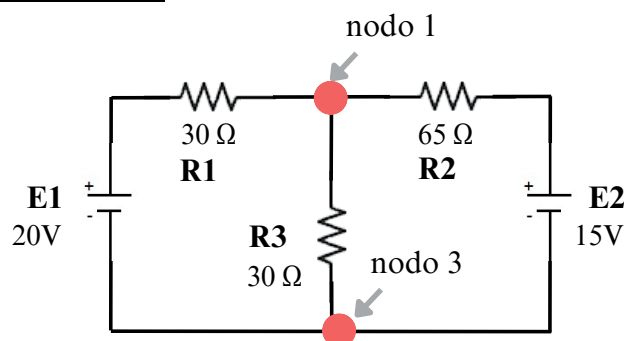


Figura 2.280 [Identificación de nodos, ejemplo 1]

- **Elegir un Nodo de Referencia:** Selecciona un nodo como punto de referencia (o nodo de tierra) como vemos en la Figura 2.281, que consideraríamos que tiene un voltaje de 0V. Los voltajes de los demás nodos se medirán respecto al nodo de referencia.

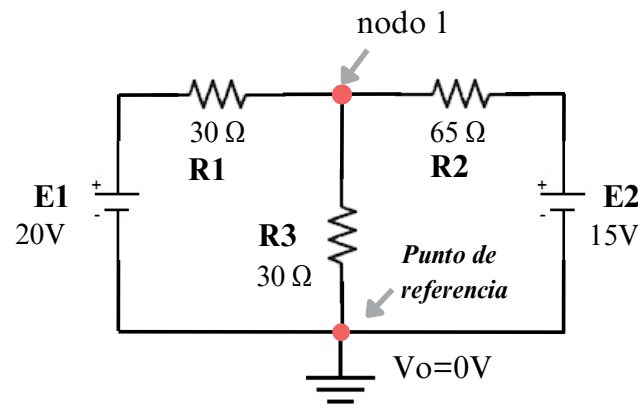


Figura 2.281 [Selección de referencia]

- **Asignación de Voltajes a los Nodos:** Asigna una variable para el voltaje de cada nodo con respecto al nodo de referencia, como se ve en la Figura 2.282.

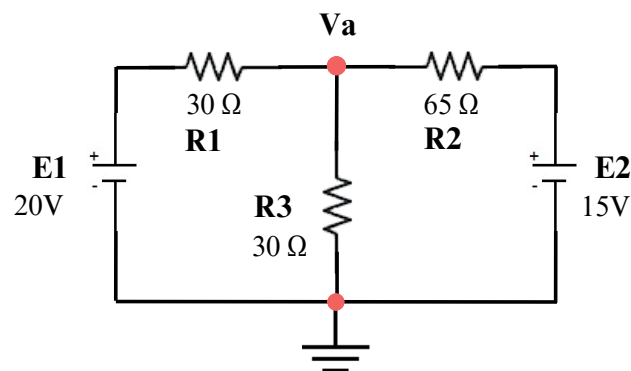


Figura 2.282 [Reconocimiento de variables]

- **Definir cada corriente y su dirección aplicando las leyes de Kirchhoff:** Para cada nodo que no sea el de referencia, hay que distinguir qué corrientes están entrando al nodo y cuáles están saliendo, es sugerible marcar las direcciones como en la Figura 2.283, guiándonos con LCK (Ley de corrientes de Kirchhoff).

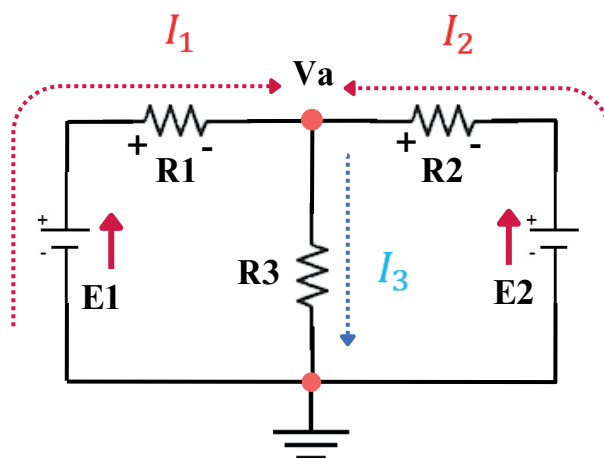


Figura 2.283

[Definición de dirección de cada corriente]

Si nos basamos en lo visto de la sección 2.4 entendemos que:

- La fuente “E1” empuja la corriente hacia el nodo Va, entonces esta será nuestra corriente I1.
- La fuente “E2” empuja la corriente hacia Va, siendo nuestra corriente I2.
- Debe haber una corriente que salga del nodo para que se cumpla LCK, pues esta será nuestra corriente I3.

Entonces, notemos que I1, I2, I3, en realidad son la corriente que pasa en cada resistencia respectivamente, pero para este circuito (Figura 2.284), sabemos que R1 con E1 están en serie al igual que R2 con E2, consideramos solo obtener la corriente de R1, R2 y R3, porque la corriente de cada fuente es igual a su respectiva resistencia.

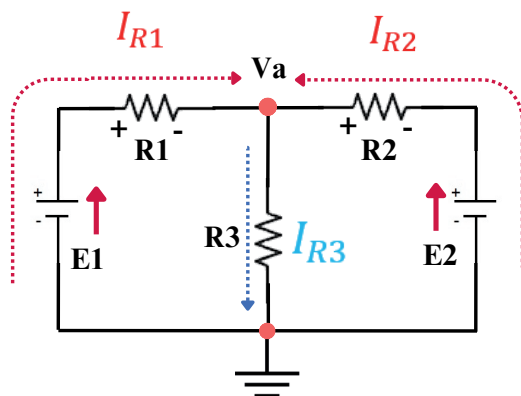


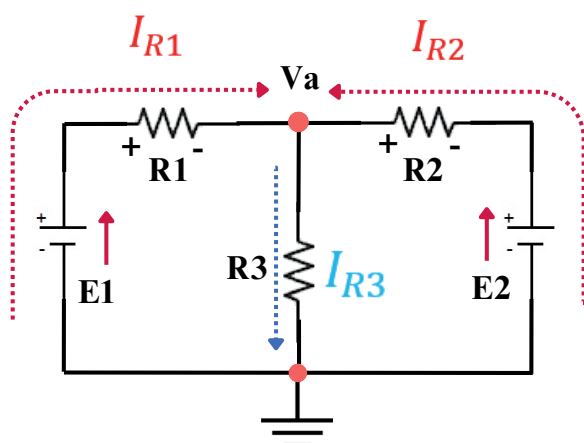
Figura 2.284 [Asignacion de corrientes]

$$I_1 = I_{E1} = I_{R1}$$

$$I_2 = I_{E2} = I_{R2}$$

$$I_3 = I_{R3}$$

- **Aplicando la Ley de corrientes de Kirchhoff (LCK) obtener las ecuaciones del sistema:**
Para cada nodo que no sea el de referencia, hay que aplicar LCK donde la sumatoria de las corrientes que entran en el nodo es igual a la sumatoria de las corrientes que salen.



Si aplicamos LCK en el nodo Va, obtenemos que ingresa I1 (IR1), también entra I2 (IR2) y por último sale I3 (IR3), consiguiendo la siguiente ecuación a partir de la Figura 2.285:

$$I_{R1} + I_{R2} = I_{R3}$$

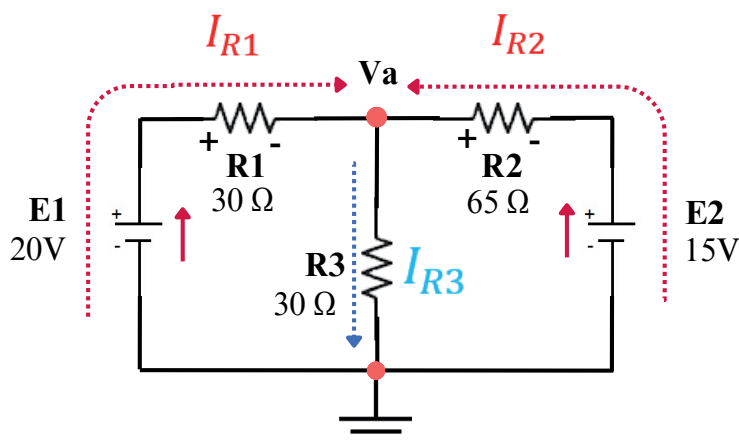
Ecuación
obtenida
con LCK

Figura 2.285 [Aplicacion de LCK]

Notemos que al considerar un solo nodo obtuvimos una sola ecuación, pero si tenemos 2 nodos más (sin contar el nodo de tierra) en total tendríamos 2 ecuaciones con LCK.

Usualmente la cantidad de nodos, pero sin tomar en cuenta el nodo de referencia, determinará la cantidad de ecuaciones que tendrá el sistema, aunque siempre existe excepciones.

- **Reemplazo de variables de las ecuaciones obtenidas con LCK:** Expresamos las ecuaciones obtenidas en términos de las diferencias de voltaje entre nodos.



$$I_{R1} + I_{R2} = I_{R3}$$

Reemplazamos por ley de ohm las corrientes de cada resistencia ($I = V/R$)

$$\frac{V_{R1}}{R_1} + \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_{R3}}{R_3}$$

Figura 2.286 [Aplicacion de LCK]

Para poder aplicar el análisis de nodos debemos dejar expresado el voltaje en términos de las diferencias de potencial entre los nodos, recordando así la sección 1.3.1:

El voltaje es la diferencia de potencial o la diferencia entre dos tensiones, entonces, el voltaje de cada resistencia será la diferencia entre las tensiones de dos nodos o también entre un nodo y una fuente.

$$\text{Voltaje}_{\text{Resistencia}} = \text{Voltaje}_1 - \text{Voltaje}_2$$

El orden en que se resta se dará por la dirección de la corriente (lo trazaremos con una flecha), donde Voltaje 1 será el inicio de la flecha y Voltaje 2 será el final de la flecha como se lo demuestra en la Figura 2.287.

Esta regla solo aplica para obtener el voltaje de elementos pasivos de un circuito.

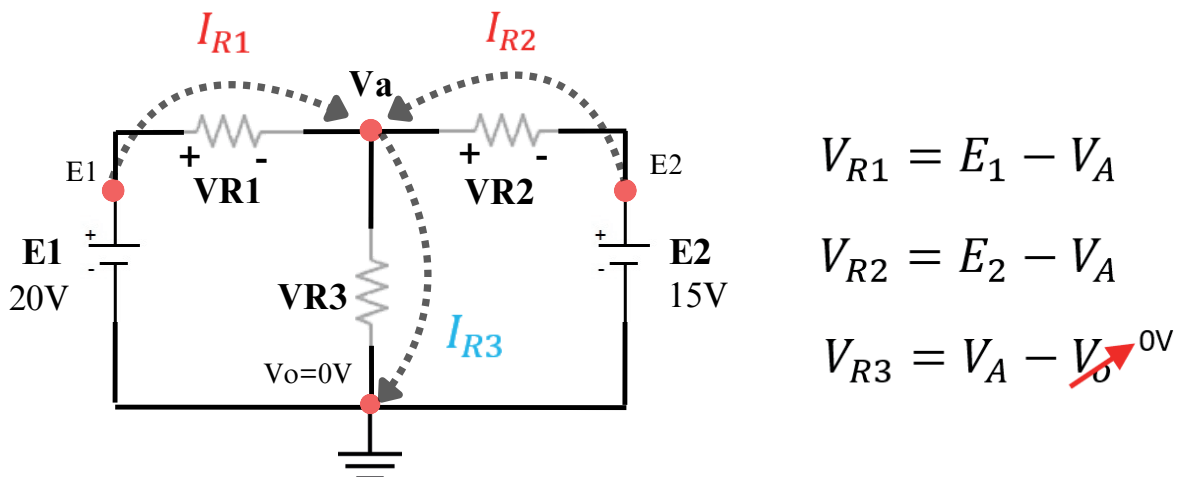


Figura 2.287 [Análisis por diferencia de potencial]

Ahora, reemplazamos esto en la ecuación antes obtenida.

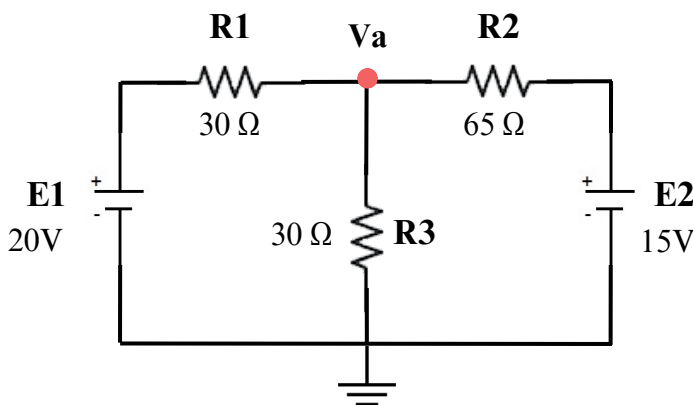


Figura 2.288 [Planteamiento respecto a V_a]

$$\frac{V_{R1}}{R_1} + \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_{R3}}{R_3}$$

$$\frac{E_1 - V_A}{R_1} + \frac{E_2 - V_A}{R_2} = \frac{V_A}{R_3}$$

Reemplazamos los datos del ejercicio:

Obtenemos una ecuación de una incógnita (V_a), siendo este el voltaje del nodo.

$$\frac{20V - V_A}{30\Omega} + \frac{15V - V_A}{65\Omega} = \frac{V_A}{30\Omega}$$

125 III Análisis de nodos

- **Resolución del Sistema de Ecuaciones:** Resuelve el sistema de ecuaciones resultante para encontrar los voltajes en cada nodo. El sistema de ecuaciones depende de la cantidad de ecuaciones e incógnitas. Se lo puede resolver con cualquier método aprendido en la secundaria, pero en caso de este libro lo haremos directamente en la calculadora para evitar una respuesta errónea.

$$\frac{20 - V_A}{30} + \frac{15 - V_A}{65} = \frac{V_A}{30}$$

$$\frac{20}{30} - \frac{V_A}{30} + \frac{15V}{65} - \frac{V_A}{65} = \frac{V_A}{30}$$

$$\frac{20}{30} - \frac{V_A}{30} + \frac{15V}{65} - \frac{V_A}{65} = \frac{V_A}{30\Omega}$$

$$\frac{20}{30} + \frac{15}{65} = \frac{V_A}{30} + \frac{V_A}{30} + \frac{V_A}{65}$$

$$\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{65}\right)V_A = \frac{35}{39}$$

$$V_A = 10,94V$$

- **Obtención de los datos desconocidos:** Con los voltajes nodales podemos obtener los voltajes de cada elemento y a la vez la corriente que fluye en el circuito (Figura 2.289).

Si deseamos encontrar el voltaje de cada resistencia debemos recordar que:

El voltaje de cada resistencia será la diferencia entre las tensiones de dos nodos o también entre un nodo y una fuente.

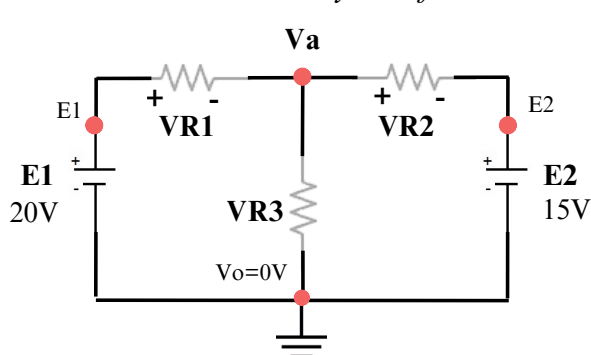


Figura 2.289

[Reconocimiento de variables conocidas]

$$V_{R1} = E_1 - V_A$$

$$V_{R1} = 20V - 10.94V$$

$$V_{R1} = 9.06V$$

$$V_{R3} = V_A - V_o^{0V}$$

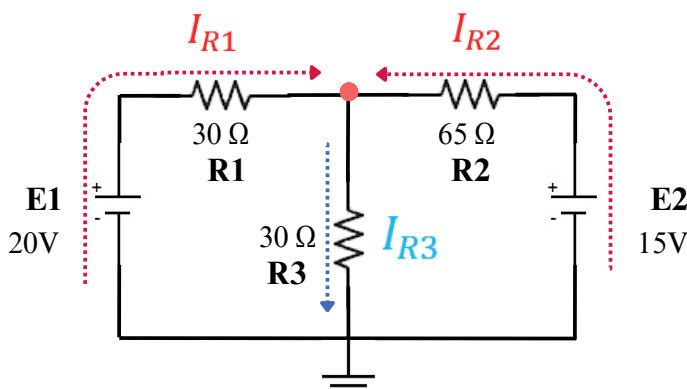
$$V_{R3} = 10.94V$$

$$V_{R2} = E_2 - V_A$$

$$V_{R2} = 15V - 10.94V$$

$$V_{R2} = 4.06V$$

Si deseamos encontrar la corriente que está marcada en la Figura 2.290 o la corriente de cada resistencia, simplemente aplicamos la ley de ohm ($I = V/R$).



$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{9.06V}{30\Omega} = 302 \text{ mA}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{4.06V}{65\Omega} = 62 \text{ mA}$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{10.94V}{30\Omega} = 364.7 \text{ mA}$$

Figura 2.290 [Planteamiento de la ley de Ohm]

2.10 ANÁLISIS DE MALLAS

Es fundamental identificar una malla (visto en la sección 2.1.3) y también como realizar la sumatoria de voltajes con la ley de Voltajes de Kirchhoff (visto en la sección 2.4.1), este método es considerado uno de los más usados y a la vez de los más sencillos. A diferencia del análisis de nodos que se buscaba los voltajes nodales con el análisis de mallas se buscará la corriente que existe en cada una de las mallas junto a su dirección.

El análisis de mallas es un método usado en el análisis de circuitos eléctricos para determinar las corrientes que circulan en las diferentes mallas o lazos de un circuito. Este método se basa en la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) que vimos en la sección 2.4.1.

Para explicar paso a paso, usaremos el mismo circuito de ejemplo que vimos en la sección 2.9 o que está en la Figura 2.291, para así demostrar que se llega al mismo resultado y una comparación entre ambos métodos para que tomen como guía cuál de los dos les parece más conveniente.

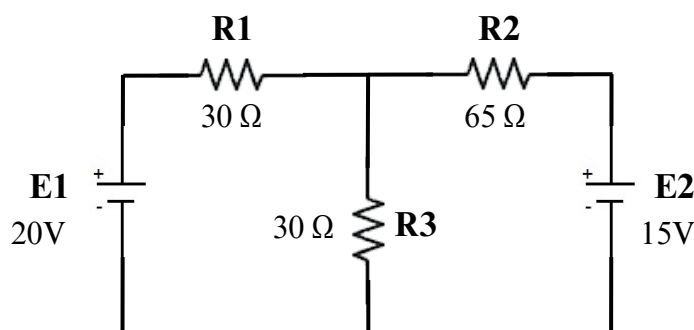


Figura 2.291 [Circuito mixto, ejemplo 1]

Pasos para realizar el análisis de nodos:

- **Identificación de Mallas:** Identificar todos los lazos cerrados del circuito (malla) como vemos en la Figura 2.292.

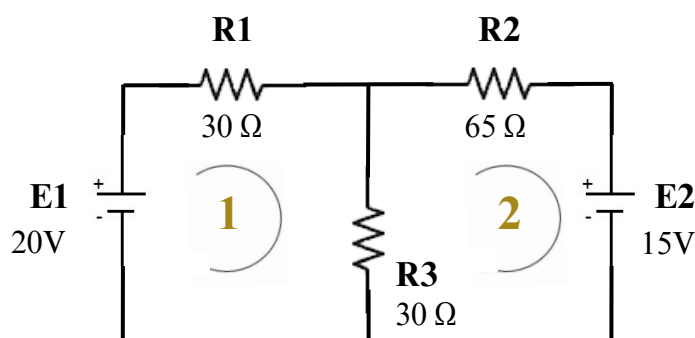
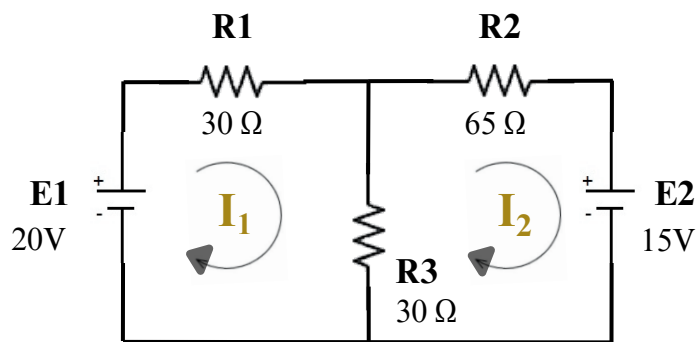


Figura 2.292 [Asignación de mallas]

- **Asignación de Corrientes de Malla:** Asigna una corriente de malla a cada malla, generalmente en sentido horario. Es importante mantener consistencia en la dirección de las corrientes al escribir las ecuaciones. En pocas palabras:

La dirección que le demos al lazo cerrado (malla) será la dirección que nosotros pensemos que sigue la corriente en el circuito, si elegimos una dirección equivocada no afectará en la magnitud de la respuesta, solamente invertirá su signo (-) indicando que la dirección de la corriente es opuesta a la dirección puesta en la malla, entonces no es sorpresa si al aplicar análisis de malla obtengamos un valor de la corriente con el signo negativo.

La dirección que ponemos a cada corriente en su respectiva malla se lo hace poniendo una flecha que recorre toda la malla como lo vemos en la Figura 2.293.

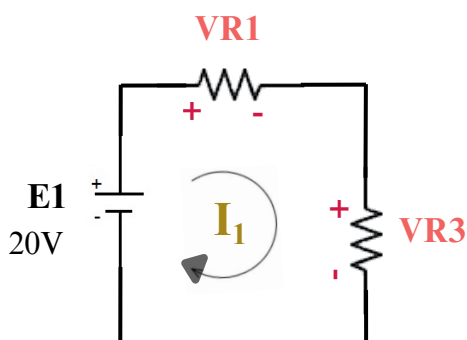


Entonces, I_1 y I_2 serán las dos corrientes que estaremos buscando.

Figura 2.293 [Reconocimiento de variables a calcular]

- **Aplicación de la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK):** Para cada malla (Figura 2.294 y Figura 2.295), se escribe una ecuación basada en LVK tomando como referencia las flechas trazadas para cada corriente y así realizar la sumatoria debida, pero si tienen dudas acerca de este proceso o si lo hacen intuitivamente es importante que peguen un repaso a la sección 2.4.1 ya que se habla a detalle de cómo realizarlo.

La polaridad de la caída de voltaje en una resistencia depende de la dirección de la corriente, es decir, en este caso depende de la dirección que asignamos a la corriente de malla, donde la flecha atraviesa de (+ a -) del resistor.



$$\Sigma V = 0$$

$$E_1 - V_{R1} - V_{R3} = 0$$

$$V_{R1} + V_{R3} = E_1$$

$$V_{R1} + V_{R3} = 20V \quad \leftarrow \text{Ecuación 1}$$

Figura 2.294 [Análisis de la 1ra malla]

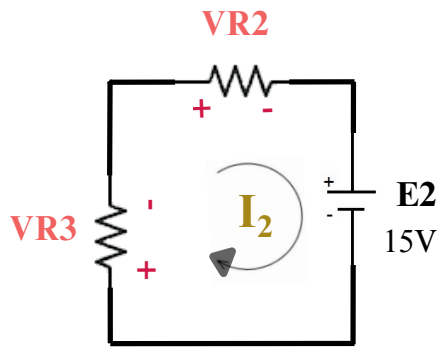


Figura 2.295 [Análisis del 2da malla]

$$\Sigma V = 0$$

$$-V_{R3} - V_{R2} - E_2 = 0$$

$$V_{R2} + V_{R3} = -E_2$$

$$V_{R2} + V_{R3} = -15V \quad \leftarrow \text{Ecuación 2}$$

Obteniendo dos ecuaciones al tener 2 mallas, pues se llega a la siguiente conclusión:

El número de mallas que existe en un circuito determina la cantidad de ecuaciones que tendrá el sistema, es decir, si tenemos “n” número de mallas habrá “n” número de ecuaciones que se deben resolver.

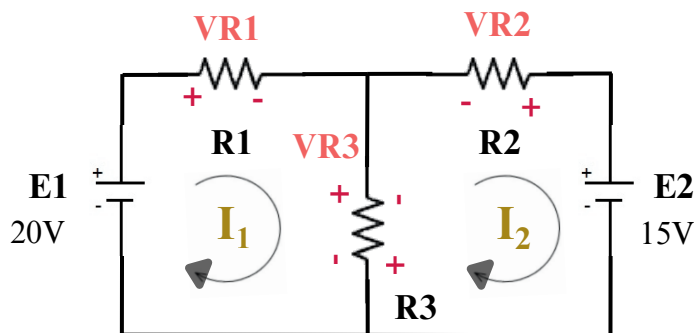


Figura 2.296 [Mallas cuyas ecuaciones describen]

$$V_{R1} + V_{R3} = 20 \quad \leftarrow \text{Ecuación 1}$$

$$V_{R2} + V_{R3} = -15V \quad \leftarrow \text{Ecuación 2}$$

- **Reemplazo de variables de las ecuaciones obtenidas con LVK:** Expresamos las ecuaciones obtenidas en términos de las corrientes que están en cada una de las mallas.

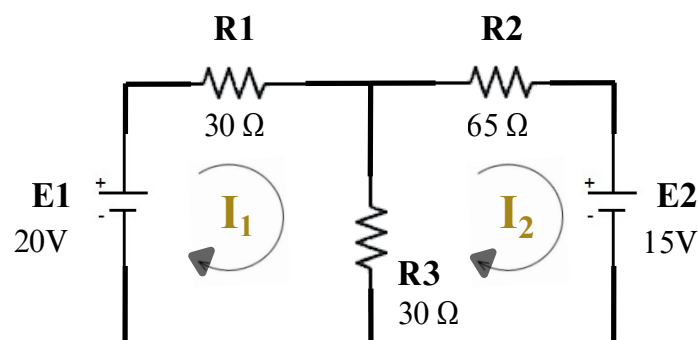


Figura 2.297 [Mallas cuyas ecuaciones describen]

Reemplazamos por ley de ohm las corrientes de cada resistencia ($V=IR$)

$$V_{R1} + V_{R3} = 20$$

$$I_{R1} \cdot R_1 + I_{R3} \cdot R_3 = 20$$

$$30I_{R1} + 30I_{R3} = 20$$

$$V_{R2} + V_{R3} = -15$$

$$I_{R2} \cdot R_2 + I_{R3} \cdot R_3 = -15$$

$$65I_{R2} + 30I_{R3} = -15$$

129 III Análisis de mallas

Como vemos la ecuación ahora está en términos de la corriente de cada resistor, pero hay que expresarla como la corriente que tiene cada malla, es decir, I_1 y I_2 para cada ecuación.

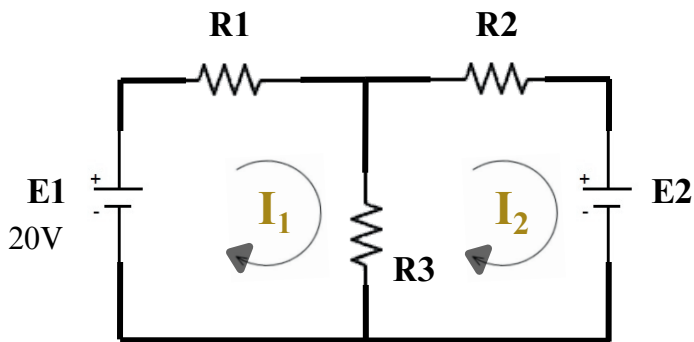


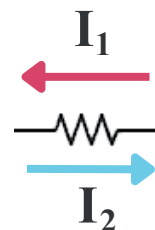
Figura 2.298

[Esquema de la dirección de cada malla]

Fijémonos que la dirección de la corriente de cada malla atraviesa a su respectivo resistor (Figura 2.299). Ignoremos la dirección de la corriente que da la fuente porque ahora simplemente nos interesa la dirección que nosotros dispusimos.

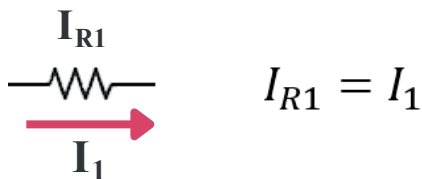
Entonces, vemos lo siguiente:

- Vemos que tanto I_2 e I_1 atraviesa R_3 , pero la dirección en la que entran son opuestas entre sí.

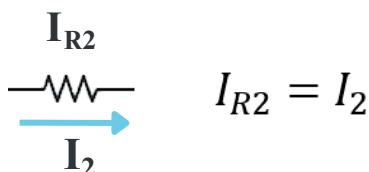


Entonces la corriente que atraviesa al resistor sería una resta entre ambas corrientes de malla.

- Vemos que I_1 es la única que atraviesa R_1 , por lo tanto, es la corriente del resistor.



- Vemos que I_2 es la única que atraviesa R_2 , por lo tanto, es la corriente del resistor.



¿Pero en qué orden restar?

El orden en que se resta depende en que ecuación estamos tratando:

La ecuación 1 sale a partir de la malla 1, entonces I_1 toma prioridad

$$I_{R3} = I_1 - I_2 \quad \leftarrow \text{Para la Ecuación 1}$$

La ecuación 2 sale a partir de la malla 2, entonces I_2 toma prioridad

$$I_{R3} = I_2 - I_1 \quad \leftarrow \text{Para la Ecuación 2}$$

Si dos mallas comparten una resistencia, entonces ambas corrientes de malla contribuyen a la caída de voltaje en esa resistencia. Si las corrientes de malla fluyen en la misma dirección a través de la resistencia compartida entonces ambas corrientes se suman, pero si atraviesan la resistencia en direcciones opuestas ambas corrientes se restan.

La dirección de la corriente no afecta a las resistencias que están en una sola malla, pues siempre irán con el signo (+) a sus ecuaciones respectivas. Pero las resistencias que tienen dos corrientes de malla atravesándolas como vemos en la Figura 2.300, entonces, la dirección si importara, ya que debemos distinguir si se suman o se restan las corrientes.

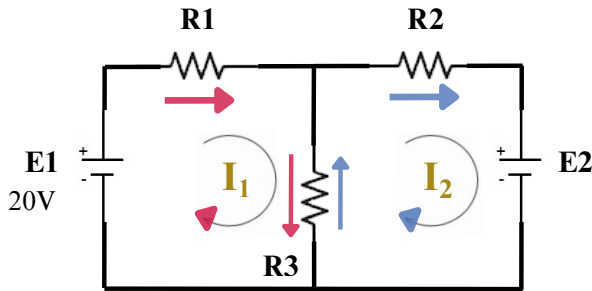


Figura 2.300

[Dirección de corriente a seguir]

$$I_{R1} = I_1$$

$$I_{R2} = I_2$$

$$I_{R3} = I_1 - I_2 \quad \leftarrow \text{Para la Ecuación 1}$$

$$I_{R3} = I_2 - I_1 \quad \leftarrow \text{Para la Ecuación 2}$$

Basándonos en lo dicho anteriormente, reemplazamos en la ecuación original:

Ecuación 1 (malla 1)

$$30I_{R1} + 30I_{R3} = 20$$

$$30I_1 + 30(I_1 - I_2) = 20$$

$$30I_1 + 30I_1 - 30I_2 = 20$$

$$(30 + 30)I_1 - 30I_2 = 20$$

$$60I_1 - 30I_2 = 20$$

Ecuación 2 (malla 2)

$$65I_{R2} + 30I_{R3} = -15$$

$$65I_2 + 30(I_2 - I_1) = -15$$

$$65I_2 + 30I_2 - 30I_1 = -15$$

$$(65 + 30)I_2 - 30I_1 = -15$$

$$95I_2 - 30I_1 = -15$$

- **Resolución del Sistema de Ecuaciones:** Resuelve el sistema de ecuaciones resultante de las ecuaciones obtenidas con LVK para encontrar las corrientes de cada malla. El sistema de ecuaciones depende de la cantidad de ecuaciones e incógnitas. Se lo puede resolver con cualquier método aprendido en la secundaria, pero en caso de este libro lo haremos directamente en la calculadora para evitar una respuesta errónea.

$60I_1 - 30I_2 = 20$	Tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas, entonces tendremos un sistema de ecuaciones 2x2
$95I_2 - 30I_1 = -15$	

$$\begin{cases} 60I_1 - 30I_2 = 20 \\ -30I_1 + 95I_2 = -15 \end{cases}$$

Resolvemos en la calculadora

$$I_1 = 302 \text{ mA}$$

$$I_2 = -62 \text{ mA}$$

I_2 tiene un respuesta negativa, ya que al definir la dirección de la corriente en la malla 2 lo hicimos erróneamente, pues su verdadera dirección es como lo vemos en la Figura 2.301:

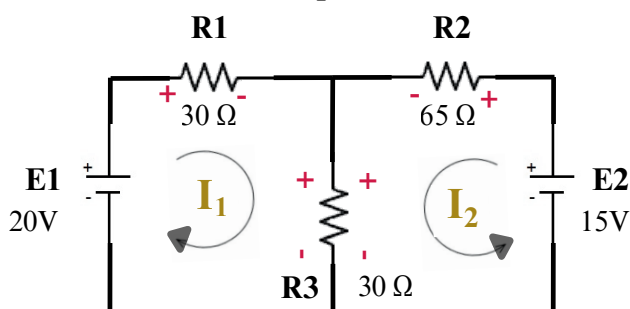


Figura 2.301

[Redireccionamiento de las corrientes]

Si volvemos a repetir el análisis de mallas obtendremos el mismo resultado pero ahora con el signo (+).

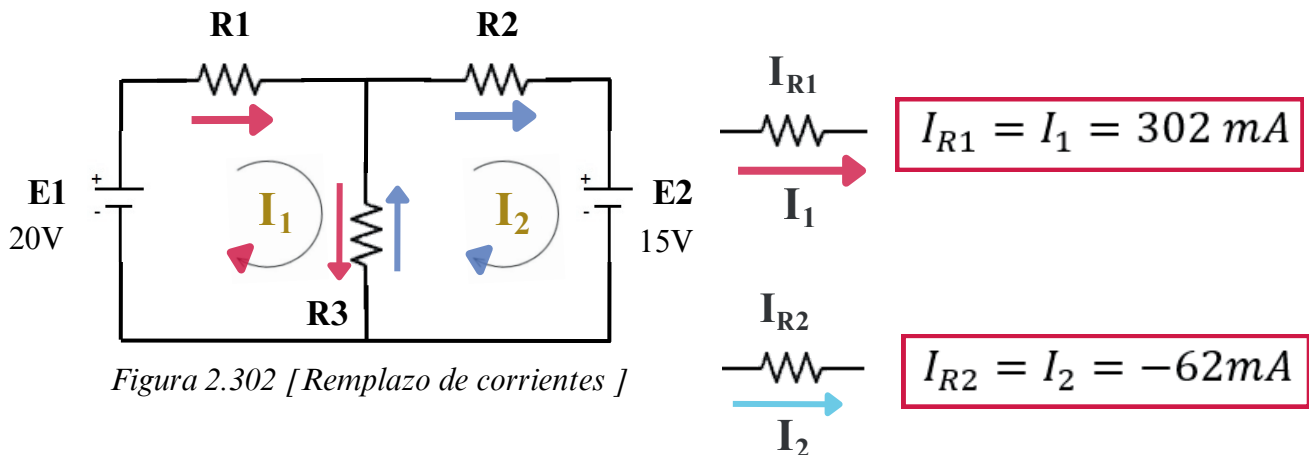
$$I_1 = 302 \text{ mA}$$

$$I_2 = 62 \text{ mA}$$

- **Obtención de los datos desconocidos:** Una vez obtenida la corriente de cada malla podemos obtener la corriente de cada resistencia y a la vez la corriente que tiene cada uno de los elementos, como vemos en la Figura 2.302.

Si deseamos encontrar la corriente de cada resistencia debemos recordar que:

La corriente de cada resistor será la misma corriente de malla que pasa a través de ella



Tenemos una respuesta con signo negativo porque recorre al sentido contrario.

$$I_{R3} = I_1 - I_2 = 302 \text{ mA} - (-62 \text{ mA}) = 364 \text{ mA}$$

$$I_{R3} = I_2 - I_1 = -62 \text{ mA} - 302 \text{ mA} = -364 \text{ mA}$$

En resumen, restando con I2 (I1-I2) tenemos una respuesta positiva, es decir, la corriente va en dirección de I1, pero si restamos I1 (I2-I1) tenemos una respuesta negativa, es decir, va en la dirección opuesta de I2.

El signo (-) solamente indica la dirección que realmente sigue la corriente.

Si deseamos encontrar el voltaje de cada resistor (Figura 2.303), simplemente aplicamos la ley de ohm.

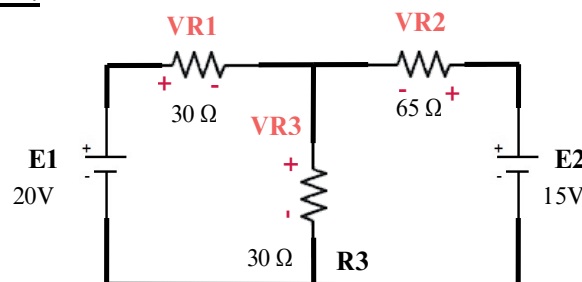


Figura 2.303 [Circuito a calcular voltajes]

$$V_{R1} = I_{R1} \cdot R_1$$

$$V_{R2} = I_{R2} \cdot R_2$$

$$V_{R3} = I_{R3} \cdot R_3$$

$$V_{R1} = 302 \text{ mA} \cdot 30 \Omega$$

$$V_{R2} = 62 \text{ mA} \cdot 65 \Omega$$

$$V_{R3} = 364 \text{ mA} \cdot 30 \Omega$$

$$V_{R1} = 9.06 \text{ V}$$

$$V_{R2} = 4.06 \text{ V}$$

$$V_{R3} = 10.94 \text{ V}$$

2.11

TEOREMA DE THÉVENIN

Imagina que un circuito tiene una cantidad enorme de resistencias y varias fuentes de corriente y voltaje conectadas entre sí, como lo vemos en la Figura 2.304, pero todo esto se puede reducir a una sola fuente de voltaje y a una sola resistencia (Figura 2.305), pues de esto trata el Teorema de Thévenin de poder reducir un circuito complejo a uno simple.

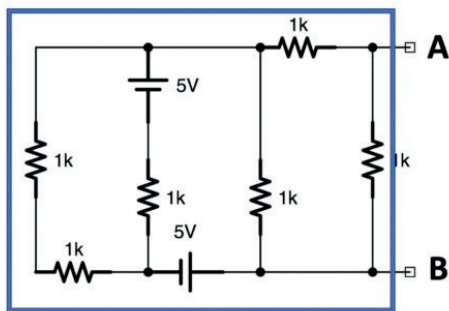


Figura 2.304 [Circuito a reducir]

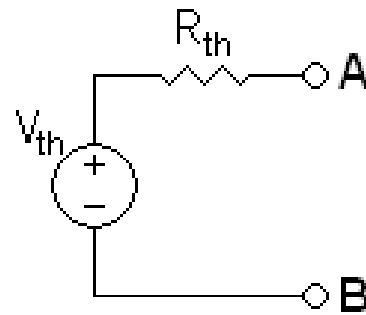


Figura 2.305

[Circuito reducido aplicando Thévenin]

El teorema de Thévenin establece que cualquier circuito lineal que contenga resistencias y fuentes de voltaje o corriente puede ser simplificado a un circuito equivalente mucho más sencillo. Este circuito equivalente consta de una sola fuente de voltaje en serie con una resistencia.

Supongamos que tenemos un circuito como vemos en la Figura 2.306, pero solo nos pide enfocarnos en un solo elemento, entonces, para no realizar todo el análisis con mallas o nodos tomamos como alternativa usar el Teorema de Thévenin.

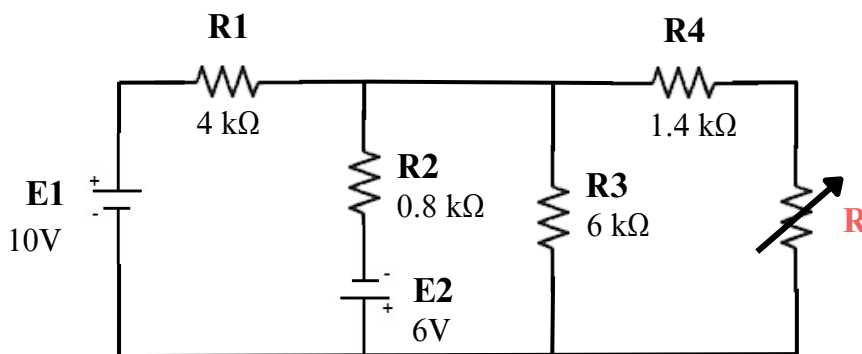


Figura 2.306 [Circuito a aplicar el teorema de Thévenin]

Tenemos una resistencia variable “R”, entonces si deseamos saber su corriente y voltaje tenemos que hacer cálculos y análisis cada vez que su valor cambie, pero la manera más eficaz de hacerlo es reducir el circuito de tal manera que los cálculos se faciliten.

Pasos para realizar el Teorema de Thévenin:

- **Identificar los terminales:** Selecciona dos terminales del circuito original (Figura 2.307), a través de los cuales se conectará la carga externa que deseas analizar, quedando como resultado algo bastante similar a la Figura 2.308.

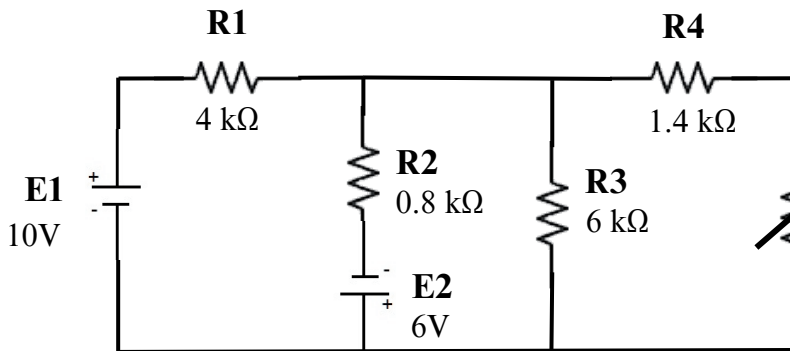


Figura 2.307 [Definición de terminales]

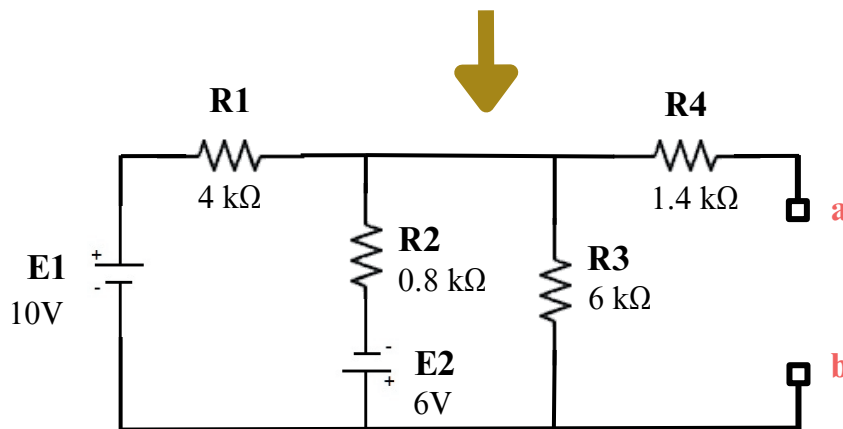
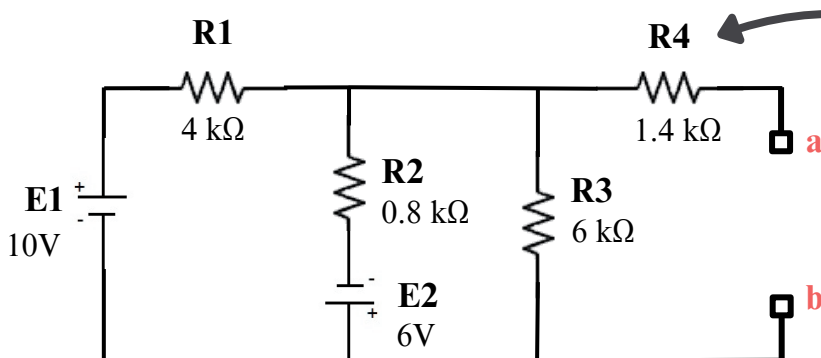


Figura 2.308 [Circuito redibujado con terminales]

- **Calcular el Voltaje de Thévenin (V_{th}):** El voltaje V_{ab} (voltaje entre a y b) será el voltaje de Thévenin V_{th} y será el mismo voltaje que usará la fuente de voltaje equivalente.

El Voltaje de Thévenin es el voltaje que habrá entre los dos terminales seleccionados o el voltaje de los terminales del elemento ya removido.



El resistor $R4$ se elimina al estar en el circuito abierto como lo vemos en la Figura 2.309, ya que no pasa corriente a través de él y por ende tampoco tendrá voltaje.

Figura 2.309 [Análisis del circuito con terminales]

Se puede usar cualquier método de análisis para encontrar V_{th} .

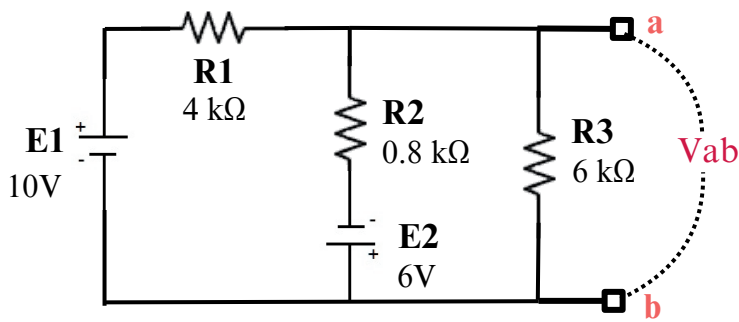


Figura 2.310 [Definición del voltaje a calcular]

Vemos que en la Figura 2.310 el voltaje V_{th} será V_{ab} , pero V_{ab} tendrá el mismo voltaje de R_3 al estar en paralelo.

$$V_{th} = V_{ab} = V_{R3}$$

Podemos realizar cualquier método de análisis para poder encontrar el voltaje V_{ab} , pero en este caso usaremos análisis de nodos para encontrar el voltaje de R_3 .

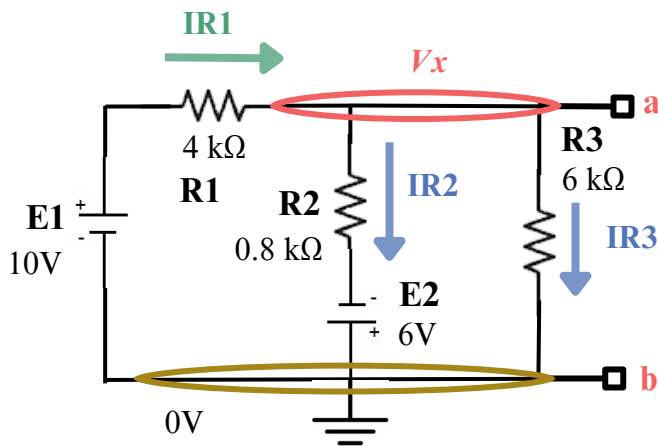


Figura 2.311 [Análisis del circuito simplificado]

Una vez ya definido los voltajes nodales y direcciones de las corrientes como lo vemos en la Figura 2.311, nos damos cuenta que el voltaje de R_3 será el mismo de V_x .

$$\begin{array}{l} V_x \\ \vdots \\ V_{R3} \\ \vdots \\ 0V \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{R3} = V_x - 0V = V_x \\ \text{Entonces:} \\ V_{th} = V_{ab} = V_{R3} = V_x \end{array} \right.$$

Ahora buscamos V_x usando LCK.

$$\Sigma I_{sale} = \Sigma I_{entra}$$

$$I_{R2} + I_{R3} = I_{R1}$$

$$\frac{V_{R2}}{R_2} + \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{V_{R1}}{R_1}$$

$$\frac{V_x - (-6V)}{800\Omega} + \frac{V_x}{6000\Omega} = \frac{10V - V_x}{4000\Omega}$$

$$\frac{V_x + 6}{800} + \frac{V_x}{6000} = \frac{10 - V_x}{4000}$$

$$\frac{V_x + 6}{800} + \frac{V_x}{6000} = \frac{10 - V_x}{4000}$$

$$\frac{V_x}{800} + \frac{6}{800} + \frac{V_x}{6000} = \frac{10}{4000} - \frac{V_x}{4000}$$

$$\frac{V_x}{800} + \frac{V_x}{6000} + \frac{V_x}{4000\Omega} = \frac{10}{4000} - \frac{6}{800}$$

$$\frac{5}{3000}V_x = -\frac{1}{200}$$

$$V_x = -3V$$

$$V_{th} = V_x = -3V$$

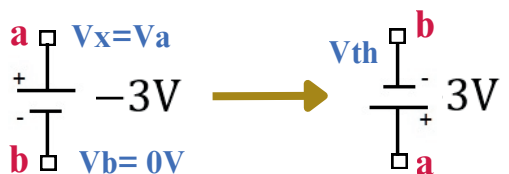


Figura 2.312 [Equivalencia de la fuente de Thévenin]

135 III Teorema de Thévenin

La orientación de la fuente de voltaje siempre dependerá de los terminales del elemento o carga que deseamos analizar, es decir, debemos fijarnos que voltaje tendrá el punto A y el voltaje del punto B, donde el voltaje de Thévenin será la diferencia de potencial de A y B.

$$V_{th} = V_{ab} = V_a - V_b$$

- **Calcular la Resistencia de Thévenin (R_{th}):** R_{th} es la resistencia equivalente entre los dos terminales, pero para hacerlo debemos remover las fuentes de voltaje del circuito.

- *Apaga todas las fuentes internas (reemplaza las fuentes de voltaje por cortocircuitos y las fuentes de corriente por circuitos abiertos).*

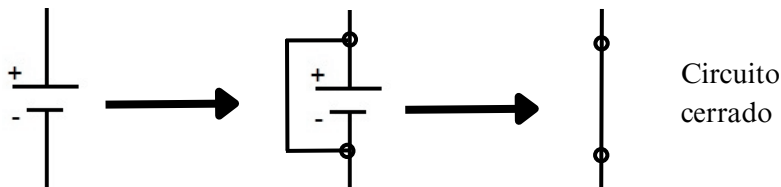


Figura 2.313 [Conversión de fuentes de voltaje]

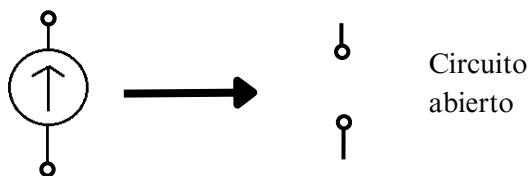


Figura 2.314 [Conversión de fuentes de corriente]

- *Calcula la resistencia equivalente desde los terminales seleccionados, que será la resistencia de Thévenin R_{th} .*

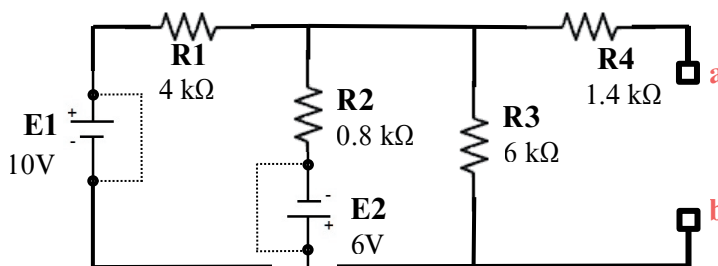


Figura 2.315 [Localización de fuentes]

Entonces apagamos las fuentes internas del circuito (Figura 2.315), quedándonos un nuevo esquema, tal cual que la Figura 2.316.

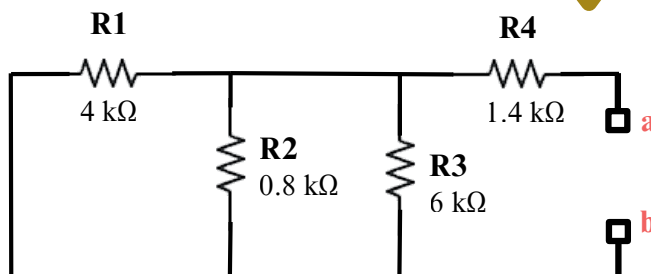


Figura 2.316
[Conversión de fuentes y
reemplazamiento en el circuito]

Ahora buscamos la resistencia equivalente (R_{eq}) calculando desde los terminales a y b (los terminales del elemento ya removido) que será nuestra Resistencia de Thévenin.

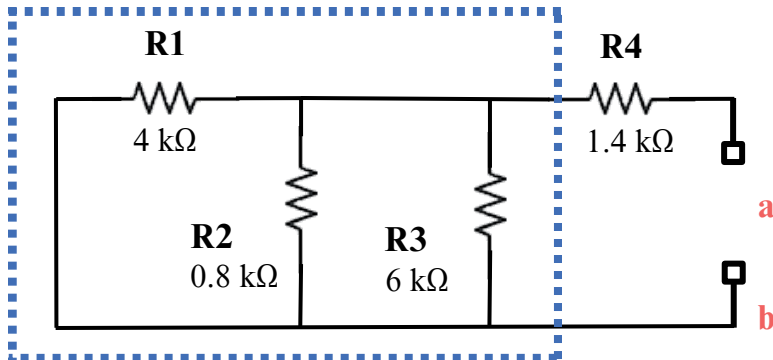


Figura 2.317

[Resolución de resistores en paralelo]

$R1$, $R2$ y $R3$ están en paralelo, como lo vemos en la Figura 2.317.

$$R_a = \frac{1}{\frac{1}{4000\Omega} + \frac{1}{800\Omega} + \frac{1}{6000\Omega}}$$

$$R_a = 600\Omega$$

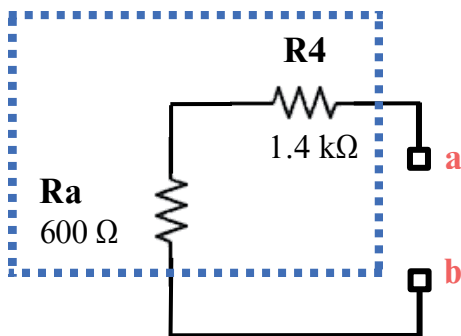


Figura 2.318

[Resolución de resistores en serie]

Redibujando el circuito (Figura 2.318), R_a y $R4$ están en serie.

$$R_{eq} = 1400\Omega + 600\Omega$$

$$R_{eq} = 2000\Omega = 2k\Omega$$

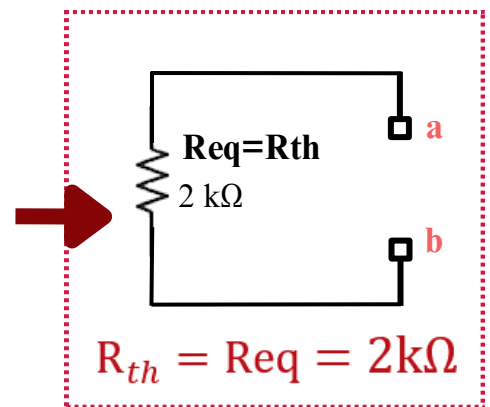


Figura 2.319

[Obtención de la resistencia de Thévenin]

- **Dibujar el Circuito Equivalente de Thévenin:** El circuito tiene una Fuente de Voltaje (V_{th}) en serie con una Resistencia (R_{th}), conectada a la carga removida. Todos estos datos ya se debieron haber obtenido con anterioridad (Figura 2.312 y Figura 2.319).

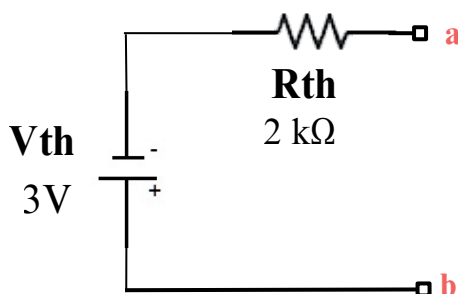


Figura 2.320

[Circuito de Thévenin para los terminales ab]

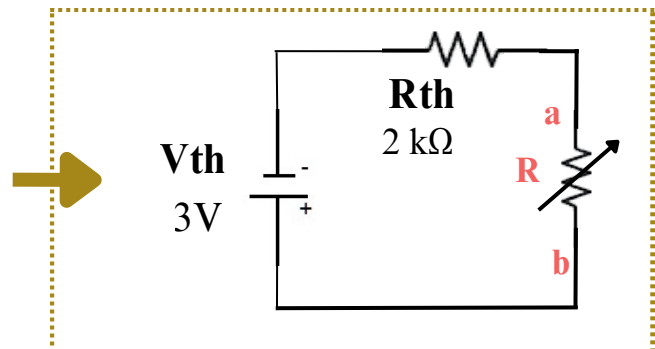


Figura 2.321

[Circuito de Thévenin con la carga reconectada]

Este será nuestro circuito simplificado de Thévenin (Figura 2.320), donde simplificamos un circuito complejo a uno realmente sencillo y sumamente fácil de analizar enfocado en una carga respectiva, podemos observarlo en la Figura 2.321.

137 III Teorema de Thévenin

**Circuito sin simplificar con el
Teorema de Thévenin**

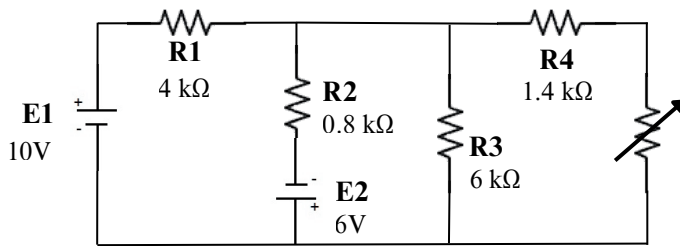


Figura 2.322

[Circuito a simplificar por Thévenin, ejemplo 1]

**Circuito simplificado con el
Teorema de Thévenin**

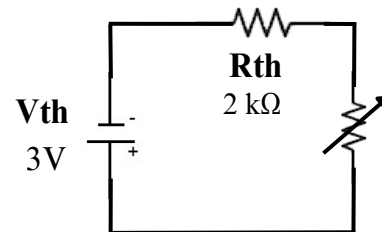


Figura 2.323

[Circuito simplificado del ejemplo 1]

Si la resistencia variable toma un valor de 100Ω y deseamos calcular su corriente y voltaje en el circuito original (Figura 2.322), tendríamos que aplicar análisis de mallas o nodos, un proceso largo. Si la resistencia cambia, por ejemplo, a 200Ω , tendríamos que repetir el análisis y así cada vez que el valor se altere. Sin embargo, al usar Thévenin y simplificamos el circuito en torno a la carga (resistencia variable) que deseamos estudiar como lo vemos en la Figura 2.323, los cálculos se simplifican, obteniendo los mismos resultados de manera más sencilla que en el circuito original.

Una vez que has simplificado el circuito utilizando el teorema de Thévenin, puedes conectar cualquier carga al circuito equivalente para analizar cómo se comporta la corriente y el voltaje en esa carga. Esto es especialmente útil para analizar cómo diferentes cargas afectan un circuito sin necesidad de recalcular todo desde el principio.

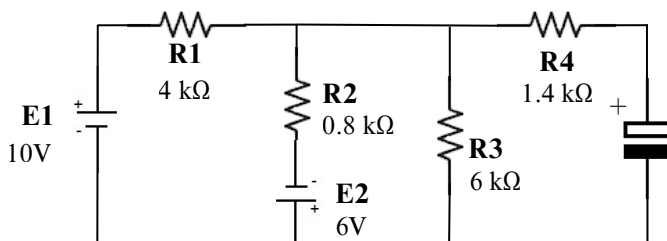


Figura 2.324

[Circuito a simplificar por Thévenin, ejemplo 2]

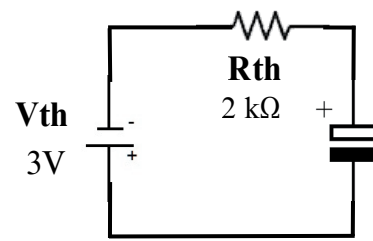


Figura 2.325

[Circuito simplificado del ejemplo 2]

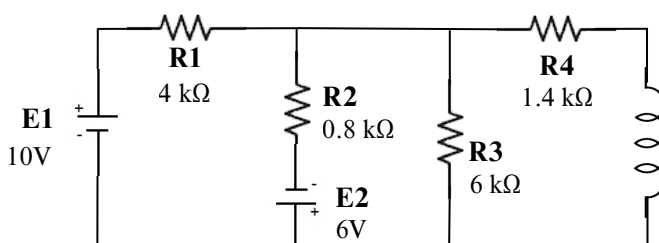


Figura 2.326

[Circuito a simplificar por Thévenin, ejemplo 3]

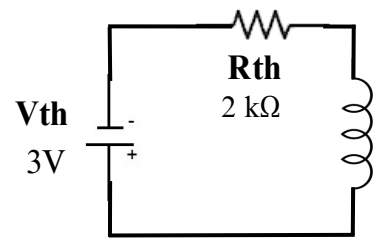


Figura 2.327

[Circuito simplificado del ejemplo 3]

2.12

TEOREMA DE NORTON

Al igual que el Teorema de Thévenin podemos reducir una cantidad enorme de resistencias y varias fuentes de corriente y voltaje conectadas entre sí (Figura 2.328) a una sola fuente de corriente y a una sola resistencia como lo vemos en la Figura 2.329, pues de esto trata el Teorema de Norton de poder reducir un circuito complejo a uno que sea sencillo y fácil de calcular.

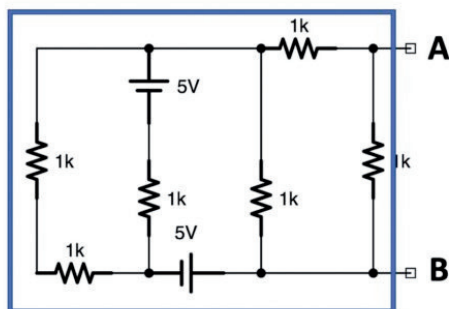
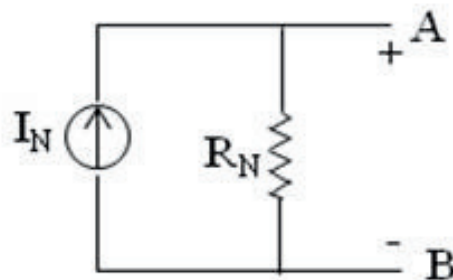


Figura 2.328 [Circuito a reducir]

Figura 2.329
[Circuito reducido aplicando Norton]

El Teorema de Norton establece que cualquier circuito lineal con fuentes de voltaje, fuentes de corriente y resistencias puede ser reemplazado por un circuito equivalente mucho más simple, compuesto por una fuente de corriente en paralelo con una resistencia.

Usaremos el mismo circuito que se usó en la sección 2.11 o la Figura 2.330, donde nos pide enfocarnos en un solo elemento, entonces, para no realizar todo el análisis con mallas o nodos tomamos como alternativa usar el Teorema de Norton.

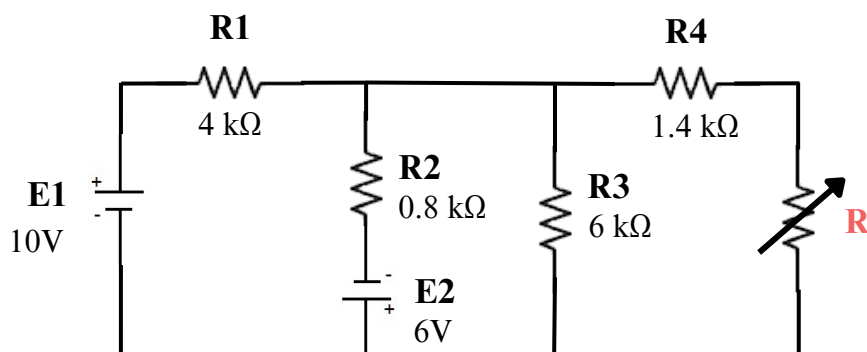


Figura 2.330 [Circuito a reducir aplicando el teorema de Norton]

Tenemos una resistencia variable “R”, entonces si deseamos saber su corriente y voltaje tenemos que hacer cálculos y análisis cada vez que su valor cambie, pero la manera más eficaz de hacerlo es reducir el circuito de tal manera que los cálculos se faciliten.

Pasos para realizar el Teorema de Norton:

- **Identificar los terminales:** Selecciona dos terminales del circuito original (Figura 2.331), a través de los cuales se conectará la carga externa que deseas analizar, quedando como resultado algo bastante similar a la Figura 2.332.

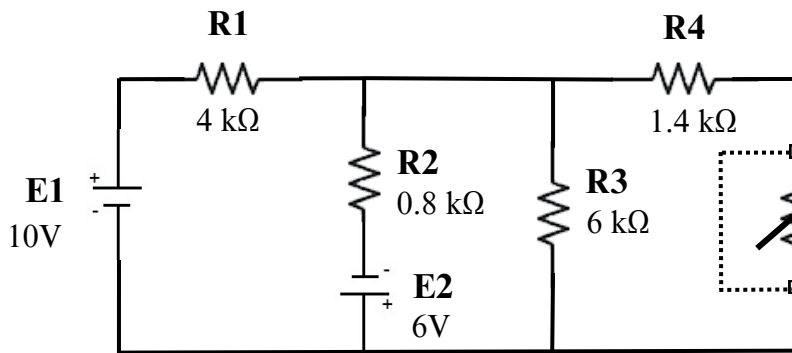


Figura 2.331 [Definición de las terminales]

Deseamos analizar la resistencia variable del circuito, entonces conectamos un cortocircuito entre los terminales del elemento y de esa manera se elimina el elemento.

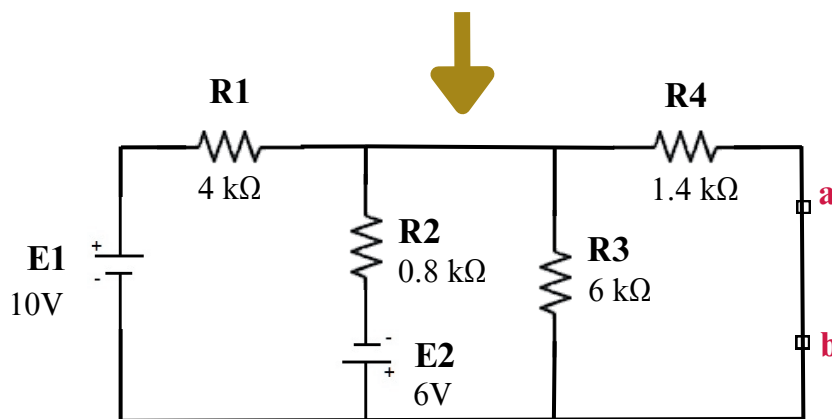


Figura 2.332 [Circuito redibujado con terminales]

- **Calcular la corriente de Norton (I_n):** La corriente que pase por el cortocircuito que hemos hecho será nuestra corriente de Norton que se empleará en la fuente equivalente.

La Corriente de Norton (I_n) es la corriente que fluye a través del cortocircuito por donde estaba la carga, como lo vemos en la Figura 2.333.

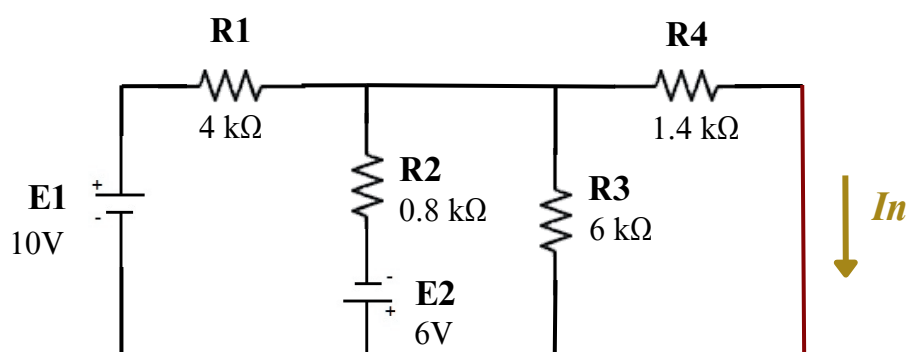


Figura 2.333 [Análisis del circuito redibujado]

Se puede usar cualquier método de análisis para encontrar I_N .

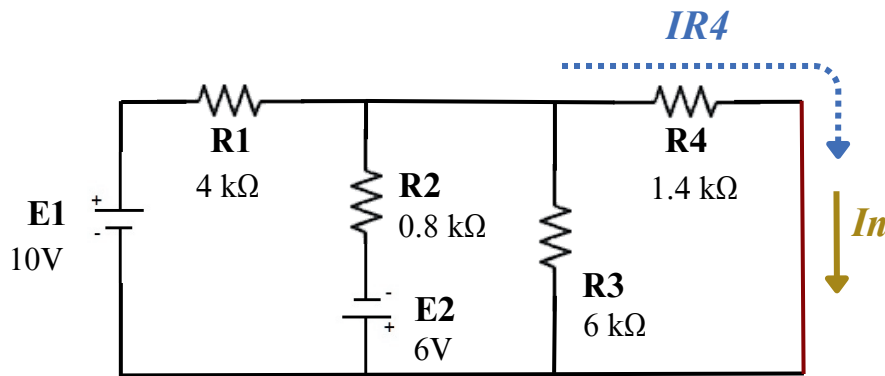


Figura 2.334 [Definición de la corriente a calcular]

Como vemos en la Figura 2.334, la corriente I_N será la misma que pase por R_4 , entonces:

$$I_N = I_{R4}$$

Podemos realizar cualquier método de análisis para encontrar I_{R4} , pero en este caso usaremos análisis de mallas para encontrar dicha corriente (Figura 2.335).

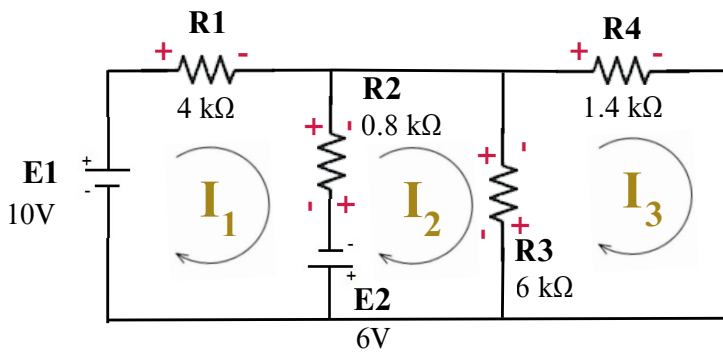


Figura 2.335

[Análisis por mallas del circuito redibujado]

Una vez ya definido cada corriente de malla notamos que la corriente que recorre I_{R4} y en el cortocircuito, será la misma corriente que recorre la malla 3.

$$I_3 = I_N = I_{R4}$$

Ahora buscamos I_3 formulando un sistema de ecuaciones con LKV.

Ecuación de malla 1

$$\Sigma V = 0$$

$$E_1 - V_{R1} - V_{R2} + E_2 = 0$$

$$10 - I_{R1} \cdot R_1 - I_{R2} \cdot R_2 + 6 = 0$$

$$-4000I_{R1} - 800I_{R2} + 16 = 0$$

$$-4000I_1 - 800(I_1 - I_2) = -16$$

$$4800I_1 - 800I_2 = 16$$

Ecuación de malla 2

$$\Sigma V = 0$$

$$-E_2 - V_{R2} - V_{R3} = 0$$

$$-6 - I_{R2} \cdot R_2 - I_{R3} \cdot R_3 = 0$$

$$-800I_{R2} - 6000I_{R3} - 6 = 0$$

$$-800(I_2 - I_1) - 6000(I_2 - I_3) = 6$$

$$-800I_1 + 6800I_2 - 6000I_3 = -6$$

Ecuación de malla 3

$$\Sigma V = 0$$

$$-V_{R3} - V_{R4} = 0$$

$$-I_{R3} \cdot R_3 - I_{R4} \cdot R_4 = 0$$

$$-6000I_{R3} - 1400I_{R4} = 0$$

$$-6000(I_3 - I_2) - 1400I_3 = 0$$

$$-6000I_2 + 7400I_3 = 0$$

Formular el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 4800I_1 - 800I_2 - 0I_3 = 16 \\ -800I_1 + 6800I_2 - 6000I_3 = -6 \\ 0I_1 - 6000I_2 + 7400I_3 = 0 \end{cases}$$

Resolvemos directamente en la calculadora

$$I_1 = 3.025 \cdot 10^{-3} A = 3.025 \text{ mA}$$

$$I_2 = -1.85 \cdot 10^{-3} A = -1.85 \text{ mA}$$

$$I_3 = -1.5 \cdot 10^{-3} A = -1.5 \text{ mA}$$

¿Pero cuál será la orientación de nuestra fuente de corriente equivalente?

Debemos definir primero los terminales donde estaba nuestro elemento o carga y ver primero por dónde lo atraviesa la corriente, pero tomemos en cuenta que en este circuito (Figura 2.335) la corriente nos salió con un valor negativo, es decir, va en la dirección opuesta a la que pusimos en la malla como lo vemos en la Figura 2.336.

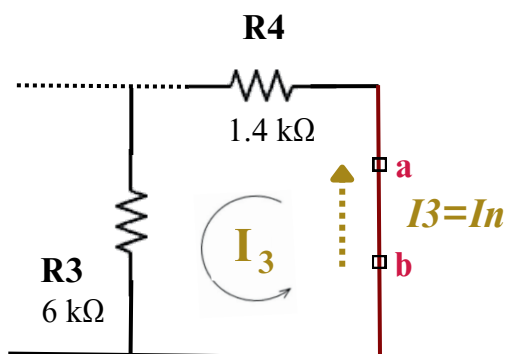


Figura 2.336

[Dirección real de la corriente en la malla 3]

Vemos que la corriente primero pasa por “b” y después pasa en “a” en la Figura 2.336 entonces:

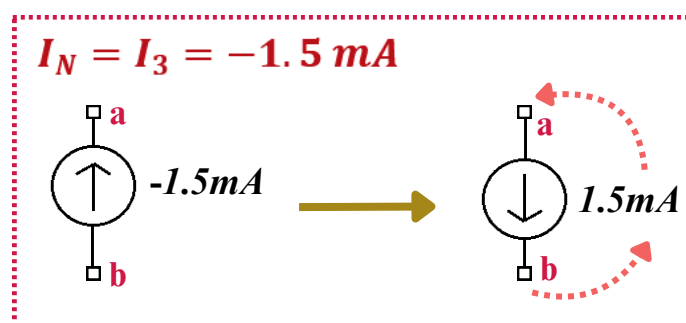


Figura 2.337 [Equivalencia de la fuente de Norton]

La orientación de la fuente de corriente siempre dependerá de los terminales del elemento o carga que deseamos analizar, debemos fijarnos en cual sentido la corriente de Norton atraviesa el elemento, ya que si no nos fijamos en su orientación podríamos dañar el análisis por completo y rompiendo así el principio del Teorema de Norton.

- **Calcular la Resistencia de Norton (R_n):** La Resistencia de Norton es la resistencia equivalente entre los dos terminales, pero tiene los mismos principios y reglas del Teorema de Thévenin porque calculamos la resistencia equivalente y apagamos de la misma manera las fuentes de voltaje y corriente presentes en el circuito.

- **Apaga todas las fuentes internas (reemplaza las fuentes de voltaje por cortocircuitos y las fuentes de corriente por circuitos abiertos).**

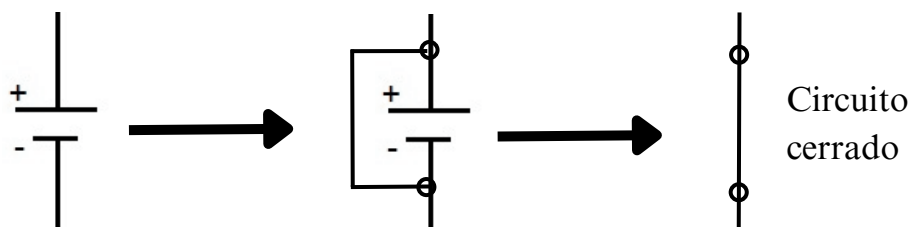


Figura 2.338 [Conversión de fuentes de voltaje]

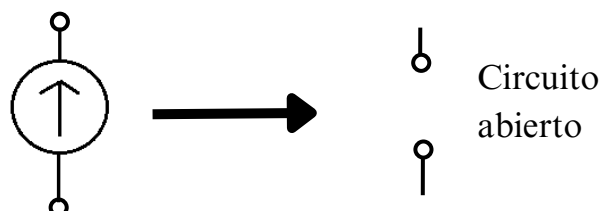


Figura 2.339 [Conversión de fuentes de corriente]

- **Calcula la resistencia equivalente desde los terminales seleccionados, que será la resistencia de Norton R_n .**

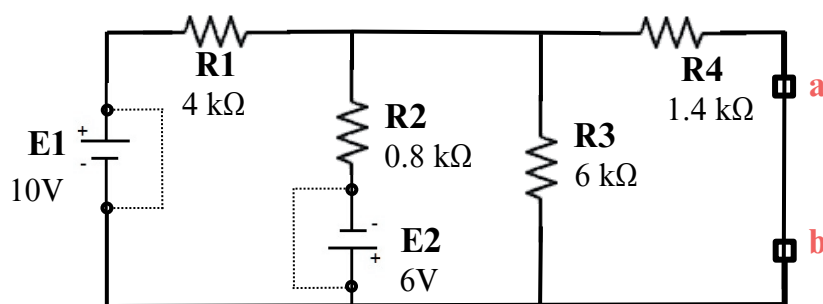


Figura 2.340 [Localización de fuentes]

Entonces apagamos las fuentes internas del circuito (Figura 2.340), quedándonos un nuevo esquema, tal cual que la Figura 2.341.

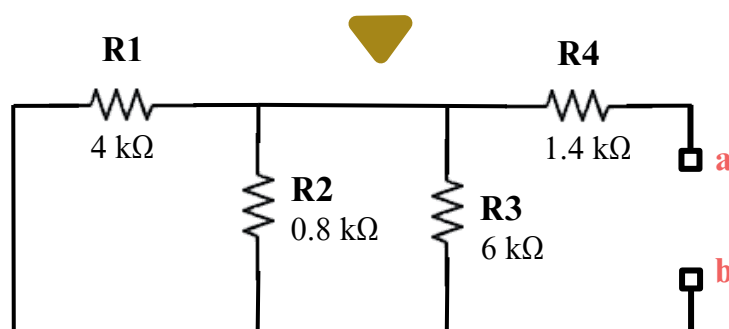


Figura 2.341

[Conversión de fuentes y remplazamiento en el circuito]

143 III Teorema de Norton

Ahora buscamos la resistencia equivalente (R_{eq}) calculando desde los terminales a y b (los terminales del elemento ya removido) que será nuestra Resistencia de Norton.

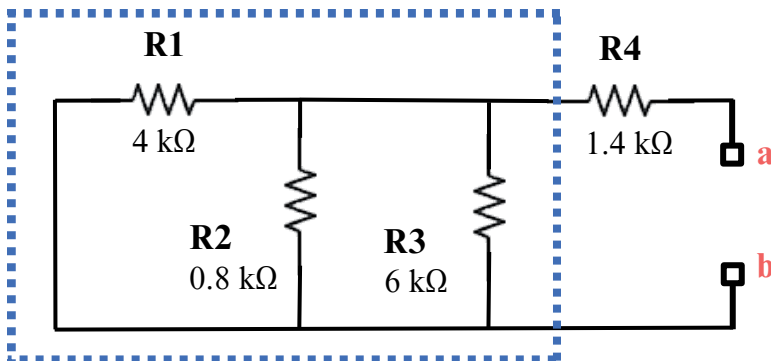


Figura 2.342 [Resolución de resistores en paralelo]

$R1$, $R2$ y $R3$ están en paralelo, como lo vemos en la Figura 2.342.

$$R_a = \frac{1}{\frac{1}{4000\Omega} + \frac{1}{800\Omega} + \frac{1}{6000\Omega}}$$

$$R_a = 600\Omega$$

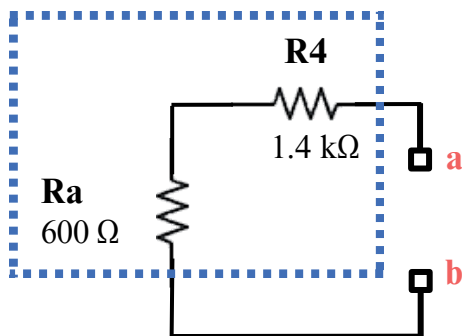


Figura 2.343

[Resolución de resistores en serie]

Redibujando el circuito (Figura 2.343), R_a y $R4$ están en serie.

$$R_{eq} = 1400\Omega + 600\Omega$$

$$R_{eq} = 2000\Omega = 2k\Omega$$

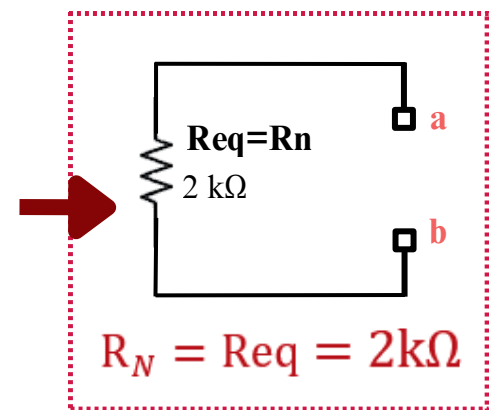


Figura 2.344

[Obtención de la resistencia de Norton]

- **Dibujar el Circuito Equivalente de Norton:** El circuito se representa como una Fuente de Corriente (I_n) en paralelo con una Resistencia (R_n), conectada a la carga removida. Todos estos datos ya se debieron haber obtenido con anterioridad (Figura 2.337 y Figura 2.344).

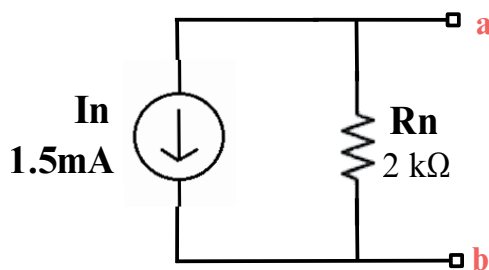


Figura 2.345

[Circuito de Norton para los terminales ab]

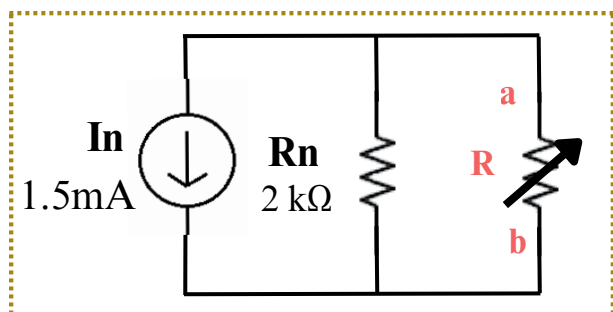


Figura 2.346

[Circuito de Norton con terminales devueltos]

Este será nuestro circuito simplificado de Norton (Figura 2.345), donde simplificamos un circuito complejo a uno realmente sencillo y sumamente fácil de analizar enfocado en una carga respectiva, podemos observarlo en la Figura 2.346.

**Circuito sin simplificar con el
Teorema de Norton**

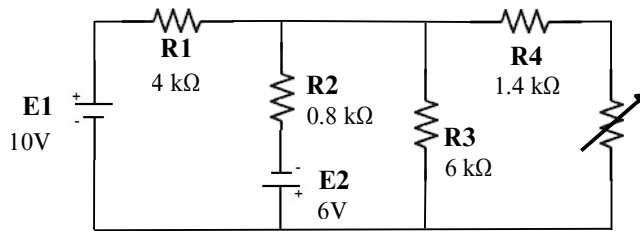


Figura 2.347

[Circuito a simplificar por Norton, ejemplo 1]

**Circuito simplificado con el
Teorema de Norton**

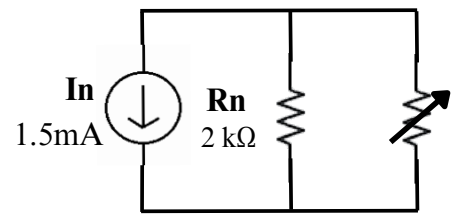


Figura 2.348

[Circuito simplificado del ejemplo 1]

Usar el teorema de Norton simplifica el circuito (Figura 2.347) en torno a la carga (resistencia variable) que deseamos analizar, los cálculos se simplifican y se enfocan directamente en la carga como lo vemos en la Figura 2.348. Esto permite obtener los mismos resultados de manera más sencilla.

Una vez que has simplificado el circuito utilizando el teorema de Norton, puedes conectar cualquier carga al circuito equivalente, pues esto es especialmente útil para estudiar cómo diferentes cargas afectan el circuito sin necesidad de recalcular todo desde el principio.

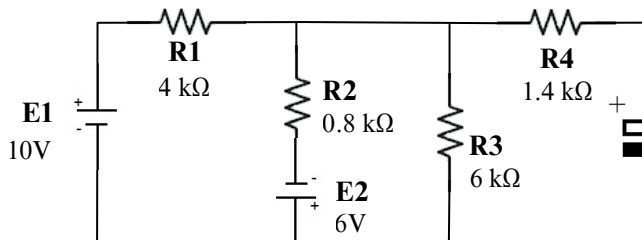


Figura 2.349

[Circuito a simplificar por Norton, ejemplo 2]

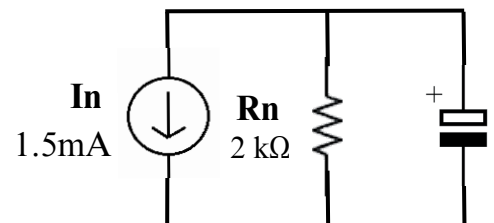


Figura 2.350

[Circuito simplificado, ejemplo 2]

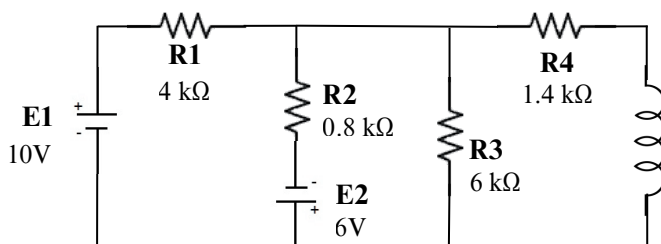


Figura 2.351

[Circuito a simplificar por Norton, ejemplo 3]

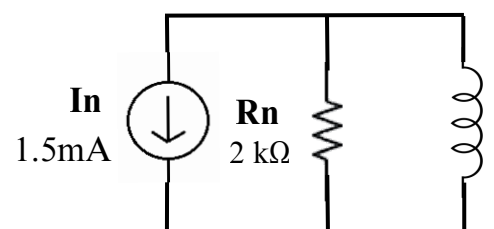


Figura 2.352

[Circuito simplificado, ejemplo 3]

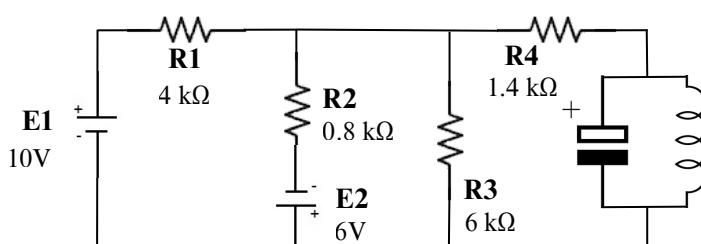


Figura 2.353

[Circuito a simplificar por Norton, ejemplo 4]

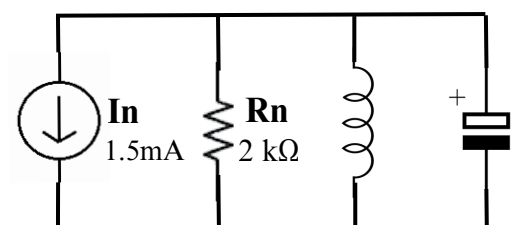


Figura 2.354

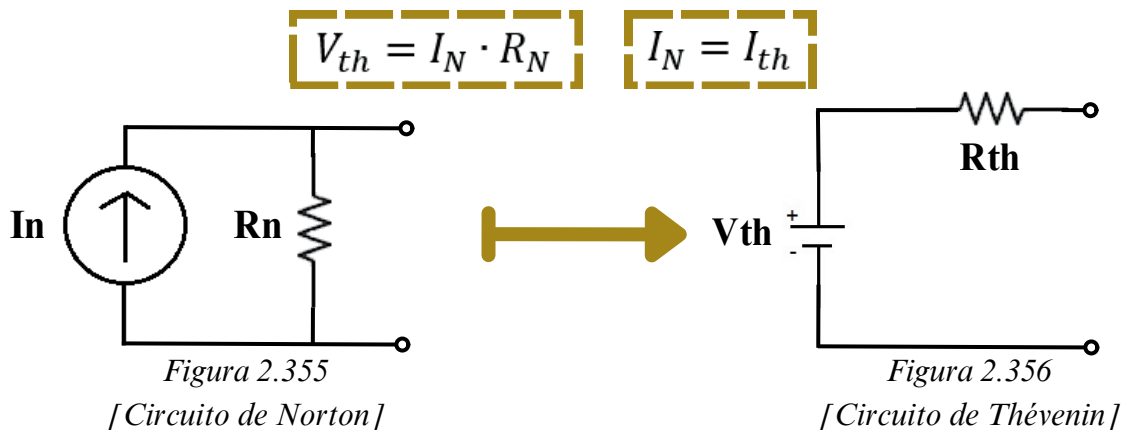
[Circuito simplificado, ejemplo 4]

La Relación entre el Teorema de Norton y el Teorema de Thévenin

El teorema de Norton está estrechamente relacionado con el teorema de Thévenin, además de tener el mismo propósito de simplificar un circuito también se pueden transformar de una a la otra. De hecho, usando la **transformación de fuentes** vista en la **sección 2.8**, donde podíamos transformar una fuente de voltaje en serie con una resistencia a una fuente de corriente en paralelo con la misma resistencia, entonces podemos **transformar un circuito equivalente de Thévenin a Norton y viceversa**.

De Norton a Thévenin:

Basándonos en la transformación de fuentes, podemos pasar de Norton (Figura 2.355) a un circuito simplificado de Thévenin (Figura 2.356):



De Thévenin a Norton:

Basándonos en la transformación de fuentes, podemos pasar de Thévenin (Figura 2.357) a un circuito simplificado de Norton (Figura 2.358):

